

mathematician Godfrey Harold Hardy is the second in a promised series of seven volumes. The editing committee's aim is to collect together Hardy's papers, published in many journals over more than fifty years, presenting them in groups of related topics. The topics of the first volume are Diophantine approximation and Additive Number Theory and those of the second are Multiplicative Number Theory, Other Number Theory and Inequalities. The topics of the future volumes three to seven are indicated on pages 683 to 684. Also included (pages 685-701) is a complete list of papers by Hardy. This list contains nearly 400 papers, averaging between 7 and 8 per year. Nearly 100 of these papers were written with J. E. Littlewood.

One of the most important papers of Hardy contained in this volume is a paper written with J. E. Littlewood and published in 1921 in *Mathematische Zeitschrift* on the zeros of the Riemann zeta function on the critical line. They proved that if $N_0(T)$ denotes the number of zeros of $\zeta(s)$ ($s = \sigma + it$) for which $\sigma = 1/2$, $0 < t < T$, then there is a constant $K > 0$ such that $N_0(T) > KT$, for $T > T_0$, proving that there is an infinity of zeros on the critical line. It is still not known if all the zeros of $\zeta(s)$ in the critical strip lie on the line $\sigma = 1/2$. The estimate $N_0(T) > KT$ was not improved until Selberg showed in 1942 that $N_0(T) > KT \log T$.

This series is a worthwhile addition to the library of anyone interested in analysis, number theory or the history of mathematics.

K. S. Williams, Carleton University

Topology and Order by Leopoldo Nachbin. Van Nostrand Mathematical Studies, Van Nostrand 1965 (Princeton). vi + 122 pages. U.S. \$2.50.

Comme le titre l'indique, il s'agit ici de résultats concernant les relations entre structures topologiques et structures d'ordre. La plupart de ces résultats furent obtenus par l'auteur dans sa thèse *TOPOLOGIA E ORDEM* publiée en portugais par les Presses de

l'Université de Chicago en 1950. Ce petit volume rend accessible en traduction anglaise à un très large public mathématique des informations que, nous est-il dit dans la préface à l'édition anglaise, d'autres mathématiciens ont été conduits à redécouvrir entre temps eux-mêmes pour étudier des questions relatives à la structure des semi-groupes topologiques, la classification de semi-algèbres formées de fonctions continues réelles, ainsi que les systèmes dynamiques.

Le contenu est clairement indiqué dans la préface originelle. " ... Partant de l'oeuvre fondamentale, maintenant classique de P. Urysohn et A. Weil en topologie générale, on introduit les concepts d'espace normalement ordonné, d'espace ordonné compact, d'espace ordonné uniforme, et on généralise à ces espaces les résultats et faits essentiels de la théorie développée par Urysohn et Weil.

"La monographie est essentiellement divisée en deux parties. La première est ... le chapitre d'introduction ... Là est établie la terminologie adoptée qui, soit dit en passant, est conforme à quelques exceptions près à celle suivie par N. Bourbaki....".

Cette introduction débute par une esquisse historique, bien menée, (ceci est à nouveau conforme aux enseignements de Bourbaki), et une définition des notions fondamentales utilisées, et contient en même temps ce qui semble avoir été l'idée motrice de la recherche entreprise: à savoir que la relation $x = y$ sur un ensemble E pourvoit E d'un ordre, dit ordre discret, d'où une direction de généralisation à des ensembles ordonnés de résultats valables pour des ensembles non ordonnés. Par exemple le théorème d'Urysohn ordinaire caractérisant les espaces normaux à l'aide de fonctions continues dans l'intervalle unité I prend la forme suivante (Theorem 1, § 2, Chap.I) (qui s'y réduit dans le cas d'un ordre discret): un espace topologique avec un préordre est normalement préordonné si et seulement si, pour deux ensembles fermés disjoints F_0, F_1 avec F_0 décroissant, F_1 croissant, il existe sur E une fonction continue croissante dans I nulle sur F_0 , égale à 1 sur F_1 .

Pour la compréhension de ce théorème, indiquons que dans un espace avec un préordre un sous-ensemble F est décroissant

(croissant) si $b \leq a$ ($b \geq a$) et $a \in F$ impliquent $b \in F$; et qu'un espace normalement préordonné est un espace avec un préordre tel que, si F_0, F_1 sont des sous-ensembles fermés disjoints, F_0 décroissant, F_1 croissant, il existe deux sous-ensembles ouverts disjoints A_0, A_1 avec $F_0 \subset A_0$, A_0 décroissant, et $F_1 \subset A_1$, A_1 croissant.

Ce théorème donne l'esprit des résultats obtenus: des espaces ordonnés compacts (Chapitre I), ordonnés uniformes (Chapitre II), vectoriels localement convexes ordonnés (Chapitre III) sont définis et donnent lieu à des théorèmes qui se réduisent à des théorèmes classiques sur les espaces compacts, uniformes, vectoriels localement convexes, respectivement, dans le cas d'un ordre discret.

Il faut ajouter que les preuves ont l'élégance des résultats, sont conduites avec une clarté, une pureté soutenues, et peuvent être lues avec profit par le mathématicien chevronné comme par l'apprenti-mathématicien, si ce dernier garde présent à l'esprit qu'il s'agit d'une thèse de Doctorat, ce que le premier aura vite fait d'oublier.

Un appendice réunit cinq articles de l'auteur publiés à peu près au moment où il rédigeait sa thèse, dont ils complètent le texte, et les mêmes qualités si rares dans la production mathématique contemporaine d'exposition et de clarté s'y affichent avec la même force.

Terminons en notant que ce petit livre rappelle même par la qualité du style et aussi de ... l'impression typographique les oeuvres des grands maîtres du bon vieux temps.

J. Troué, Université McGill