

NUMERICAL VALUES OF SOME INTEGRALS INVOLVING BESSEL FUNCTIONS

by D. L. GEORGE †
(Received 1st July, 1961)

1. Introduction

In the solution of boundary value problems in mathematical physics by means of integral transforms, we often find that the solution of a particular problem can be expressed in terms of integrals of the type

$$S(v, n) = \int_0^\infty u^n \sin u J_\nu(ur) e^{-zu} du, \dots\dots\dots(1)$$

$$C(v, n) = \int_0^\infty u^{n-1} (1 - \cos u) J_\nu(ur) e^{-zu} du, \dots\dots\dots(2)$$

where r and z are positive, and v and n are integers satisfying the convergence condition $v+n > -1$.

The method of evaluating integrals of this type is outlined by Sneddon (1, pp. 466-468) but he does not give tables of numerical values though in the paper (2) he gives tables of stress components depending directly on these integrals.

The object of the present paper is to make available tables of numerical values of the integrals $S(v, n)$, $C(v, n)$ for the values:

$$v = 0, \quad n = 0, 1;$$

$$v = 1, \quad n = -1, 0, 1.$$

Analytical expressions for these integrals are derived in §§2, 3 below. These integrals may be regarded as basic, not only in the sense that they are the ones which occur most frequently in applications but also because values of integrals of these types with higher values of v or n can be derived by means of the recurrence relations of § 4.

Tables of values of the ten basic integrals listed above for values of r, z from 0 to 2 by steps of 0.1 and from 2 to 10 by unit steps are given in tables 1-10. The numerical calculations were carried out using the IBM 650 Digital Computer at Duke University.

† The work described here was done at Duke University, North Carolina and was supported by the U.S. Air Force Office of Scientific Research, A.R.D.C., under Contract AF 18(600)-1341.

2. Expressions for the Integrals $S(v, n)$

The method of evaluating the integrals is illustrated by Pétiau (3, p. 51) who deduces the value of $S(0, 0)$ by putting $p = z - i$ in the well-known formula

$$\int_0^\infty J_0(ru)e^{-pu} du = (r^2 + p^2)^{-\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(3)$$

and equating imaginary parts. In this way we find that

$$S(0, 0) = \frac{Y}{X^2 + Y^2} \dots\dots\dots 4$$

where we have written

$$2X^2 = [(r^2 + z^2 - 1)^2 + 4z^2]^{\frac{1}{2}} + (r^2 + z^2 - 1), \dots\dots\dots(5)$$

$$2Y^2 = [(r^2 + z^2 - 1)^2 + 4z^2]^{\frac{1}{2}} - (r^2 + z^2 - 1). \dots\dots\dots(6)$$

In a similar way from the formulæ

$$\int_0^\infty uJ_0(ru)e^{-pu} du = p(r^2 + p^2)^{-\frac{3}{2}}, \dots\dots\dots(7)$$

$$\int_0^\infty u^{-1}J_1(ru)e^{-pu} du = r^{-1}[(r^2 + p^2)^{\frac{1}{2}} - p], \dots\dots\dots(8)$$

$$\int_0^\infty J_1(ru)e^{-pu} du = r^{-1}[1 - p(r^2 + p^2)^{-\frac{1}{2}}], \dots\dots\dots(9)$$

$$\int_0^\infty uJ_1(ru)e^{-pu} du = r(r^2 + p^2)^{-\frac{3}{2}}, \dots\dots\dots(10)$$

(4, p. 112) we deduce that

$$S(0, 1) = \frac{3XY(zX + Y) - (zY^3 + X^3)}{(X^2 + Y^2)^3}, \dots\dots\dots(11)$$

$$S(1, -1) = \frac{1 - Y}{r}, \dots\dots\dots(12)$$

$$S(1, 0) = \frac{X - zY}{r(X^2 + Y^2)}, \dots\dots\dots(13)$$

$$S(1, 1) = \frac{rY(3X^2 - Y^2)}{(X^2 + Y^2)^3}. \dots\dots\dots(14)$$

When $z = 0$, $S(0, 1)$ and $S(1, 1)$ are divergent and

$$S(0, 0) = \begin{cases} (1 - r^2)^{-\frac{1}{2}}, & 0 < r < 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \dots\dots\dots(15)$$

$$S(1, -1) = \begin{cases} r^{-1}[1 - (1 - r^2)^{\frac{1}{2}}], & 0 < r < 1 \\ r^{-1}, & r > 1 \end{cases} \dots\dots\dots(16)$$

$$S(1, 0) = \begin{cases} 0 & 0 < r < 1 \\ r^{-1}(r^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} & r > 1 \end{cases} \dots\dots\dots(17)$$

When $r = 0$, $S(1, -1)$, $S(1, 0)$ and $S(1, 1)$ are all zero and

$$S(0, 0) = (1 + z^2)^{-1}, \dots\dots\dots(18)$$

$$S(0, 1) = 2z(1 + z^2)^{-2}. \dots\dots\dots(19)$$

It should also be noted that

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^{-1}S(1, n) = \frac{1}{2}[S(0, n + 1)]_{r=0}. \dots\dots\dots(20)$$

3. Expressions for the Integrals $C(v, n)$

We can derive expressions by which to calculate the integrals $C(v, n)$ by an exactly similar method.

From equations (3), (8) and (9) we find immediately that

$$C(0, 1) = (r^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{X}{X^2 + Y^2}, \dots\dots\dots(21)$$

$$C(1, 0) = r^{-1}[(r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} - X], \dots\dots\dots(22)$$

$$C(1, 1) = \frac{zX + Y}{X^2 + Y^2} - \frac{z}{r\sqrt{(r^2 + z^2)}}. \dots\dots\dots(23)$$

Further, from equation (3) we find by integrating both sides with respect to p from z to p that

$$\int_0^\infty u^{-1}[e^{-zu} - e^{-pu}]J_0(ur)du = \log [p + (r^2 + p^2)^{\frac{1}{2}}] - \log [z + (r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}].$$

Making the substitution $p = z - i$ and equating real parts we obtain the expression

$$C(0, 0) = \frac{1}{2} \log [(z + X)^2 + (1 + Y)^2] - \log [z + (r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}]. \dots\dots\dots(23)$$

Similarly integrating both sides of equation (8) with respect to p from z to $z - i$ and equating real parts we obtain the expression

$$C(1, -1) = \frac{1}{2r} \{1 - Y + z[X - (r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}] + \frac{1}{2}r \log [(z + X)^2 + (1 + Y)^2] - \frac{1}{2}r \log [z + (r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}]\}. \dots(24)$$

When $z = 0$ we have the formulæ

$$C(0, 0) = \begin{cases} \log [1 + (1 - r^2)^{\frac{1}{2}}] - \log r, & 0 < r < 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases}$$

$$C(0, 1) = \begin{cases} r^{-1}, & 0 < r < 1 \\ r^{-1} - (r^2 - 1)^{-\frac{1}{2}}, & r > 1 \end{cases}$$

$$C(1, -1) = \begin{cases} \frac{1}{2r} [1 - (1 - r^2)^{\frac{1}{2}}] + \frac{1}{2} r \{ \log [1 + (1 - r^2)^{\frac{1}{2}}] - \log r \}, & 0 < r < 1 \\ \frac{1}{2r}, & r > 1 \end{cases}$$

$$C(1, 0) = \begin{cases} 1, & 0 < r < 1 \\ 1 - r^{-1}(r^2 - 1)^{\frac{1}{2}}, & r > 1 \end{cases}$$

$$C(1, 1) = \begin{cases} r^{-1}(1 - r^2)^{-\frac{1}{2}} & 0 < r < 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases}$$

for the evaluation of the integrals.

When $r = 0 (z > 0)$ the integrals $C(1, -1)$, $C(1, 0)$ and $C(1, 1)$ are all zero but it should be noted that

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^{-1} C(1, n) = \frac{1}{2} [C(0, n + 1)]_{r=0}$$

and that for $r = 0$,

$$C(0, 0) = \frac{1}{2} \log (1 + z^2) - \log z,$$

$$C(0, 1) = z^{-1}(1 + z^2)^{-1}.$$

4. Recurrence Formulæ

In some problems we may wish to evaluate integrals of the type $C(v, n)$, $S(v, n)$ where v, n are integers, $v \geq 2, n \geq 2$. In this section we derive some simple recurrence relations by means of which such integrals may be found.

Integrals involving Bessel functions of higher order are easily found from the recurrence relation

$$J_{v+1}(ur) + J_{v-1}(ur) = \frac{2v}{ur} J_v(ur)$$

(4, p. 95). Inserting this in the definitions (1), (2) we obtain the simple recurrence formulæ

$$S(v + 1, n) = \frac{2v}{r} S(v, n - 1) - S(v - 1, n) \dots\dots\dots(25)$$

$$C(v + 1, n) = \frac{2v}{r} C(v, n - 1) - C(v - 1, n). \dots\dots\dots(26)$$

Results of this kind for $v = 0, 1, n \geq 2$, can be found in a similar way. Since

$$J_1(ur) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial u} [J_0(ur)]$$

we find, after an integration by parts that

$$C(1, n + 1) = \frac{1}{r} \int_0^\infty J_0(ur) \frac{\partial}{\partial u} [u^n(1 - \cos u)e^{-zu}] du$$

from which it follows that

$$C(1, n + 1) = \frac{1}{r} \{S(0, n) + nC(0, n) - zC(0, n + 1)\}. \dots\dots\dots(27)$$

On the other hand, using the relation

$$uJ_0(ur) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial u} [uJ_1(ur)]$$

and integrating by parts, we find that

$$C(0, n + 1) = -\frac{1}{r} \int_0^\infty uJ_1(ur) \frac{\partial}{\partial u} [u^{n-1}(1 - \cos u)e^{-zu}] du$$

which is equivalent to

$$C(0, n + 1) = \frac{1}{r} \{zC(n, n + 1) - (n - 1)C(1, n) - S(1, n)\}. \dots\dots\dots(28)$$

Solving equations (27) and (28) for $C(1, n + 1)$ and $C(0, n + 1)$ we find that

$$\begin{aligned} C(0, n + 1) &= \frac{z}{r^2 + z^2} [nC(0, n) + S(0, n)] \\ &= \frac{r}{r^2 + z^2} [(n - 1)C(1, n) + S(1, n)] \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(1, n + 1) &= \frac{z}{r^2 + z^2} [(n - 1)C(1, n) + S(1, n)] \\ &+ \frac{r}{r^2 + z^2} [nC(0, n) + S(0, n)]. \dots\dots\dots(30) \end{aligned}$$

Proceeding just as we did in the derivation of equations (27), (28) we obtain the relations

$$\begin{aligned} rS(1, n + 1) + zS(0, n + 1) &= (n + 1)S(0, n) + I(0, n + 1) - C(0, n + 2), \\ zS(1, n + 1) - rS(0, n + 1) &= nS(1, n) + I(1, n + 1) - C(1, n + 2), \end{aligned}$$

where

$$I(v, n) = \int_0^\infty u^n J_v(ur) e^{-uz} du. \dots\dots\dots(31)$$

These equations may be solved in turn to give

$$\begin{aligned} S(1, n + 1) &= \frac{r}{r^2 + z^2} [(n + 1)S(0, n) + I(0, n + 1) - C(0, n + 2)] \\ &+ \frac{z}{r^2 + z^2} [nS(1, n) + I(1, n + 1) - C(1, n + 2)], \dots\dots\dots(32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(0, n + 1) &= \frac{z}{r^2 + z^2} [(n + 1)S(0, n) + I(0, n + 1) - C(0, n + 2)] \\ &- \frac{r}{r^2 + z^2} [nS(1, n) + I(1, n + 1) - C(1, n + 2)]. \dots\dots\dots(33) \end{aligned}$$

Since the integrals $C(0, n+2)$, $C(1, n+2)$ can be determined easily from equations (29), (30) and $I(v, n)$ defined by equation (31) can be evaluated by means of the formula

$$I(v, n) = \frac{\Gamma(n+v+1)r^v}{2^v\Gamma(v+1)(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}v+\frac{1}{2}}} {}_2F_1\left(\frac{n+v+1}{2}, \frac{v-n}{2}; v+1; \frac{r^2}{r^2+z^2}\right)$$

($z > 0$, $v+n > 0$), (4, p. 111) we see that $S(0, n+1)$, $S(1, n+1)$ can be found by means of equations (32) and (33).

REFERENCES

- (1) I. N. SNEDDON, *Fourier Transforms* (McGraw-Hill, New York, 1951).
- (2) I. N. SNEDDON, Boussinesq's problem for a rigid cone, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **44** (1948), 492.
- (3) G. PÉLIAU, *La Théorie des Fonctions de Bessel* (C.N.R.S., Paris, 1955).
- (4) I. N. SNEDDON, *Special Functions of Mathematical Physics and Chemistry*. (Interscience, New York, 1956).

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
NORTH CAROLINA STATE COLLEGE
RALEIGH
NORTH CAROLINA

TABLES I-X

TABLE I— $S(0, 0)$

$r \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	∞	1.00504	1.02062	1.04828	1.09109	1.15470	1.25000	1.40028	1.66667	2.29416	∞
0.1	0.99010	0.99484	1.00946	1.03525	1.07471	1.13223	1.21550	1.33811	1.52226	1.76106	1.54019
0.2	0.96154	0.96547	0.97749	0.99829	1.02909	1.07150	1.12708	1.19462	1.25930	1.25753	1.05832
0.3	0.91743	0.92025	0.92875	0.94299	0.96285	0.98759	1.01459	1.03643	1.03527	0.97833	0.83777
0.4	0.86207	0.86373	0.86859	0.87625	0.88579	0.89530	0.90093	0.89560	0.86798	0.80496	0.70191
0.5	0.80000	0.80063	0.80232	0.80447	0.80589	0.80450	0.79692	0.77825	0.74253	0.68499	0.60616
0.6	0.73529	0.73512	0.73440	0.73253	0.72838	0.72024	0.70567	0.68171	0.64550	0.59555	0.53331
0.7	0.67114	0.67042	0.66808	0.66361	0.65613	0.64440	0.62885	0.60184	0.56810	0.52540	0.47511
0.8	0.60976	0.60870	0.60542	0.59951	0.59038	0.57719	0.55902	0.53502	0.50474	0.46838	0.42707
0.9	0.55249	0.55127	0.54755	0.54105	0.53138	0.51805	0.50054	0.47849	0.45180	0.42084	0.38647
1.0	0.50000	0.49875	0.49493	0.48839	0.47889	0.46615	0.44995	0.43016	0.40686	0.38044	0.35158
1.1	0.45249	0.45127	0.44757	0.44132	0.43238	0.42063	0.40599	0.38847	0.36823	0.34563	0.32120
1.2	0.40984	0.40869	0.40525	0.39946	0.39127	0.38066	0.36762	0.35223	0.33470	0.31531	0.29450
1.3	0.37175	0.37070	0.36756	0.36231	0.35495	0.34549	0.33398	0.32054	0.30535	0.28868	0.27086
1.4	0.33784	0.33690	0.33408	0.32938	0.32284	0.31448	0.30438	0.29266	0.27950	0.26512	0.24980
1.5	0.30769	0.30686	0.30435	0.30019	0.29441	0.28706	0.27823	0.26803	0.25661	0.24417	0.23094
1.6	0.28090	0.28016	0.27795	0.27428	0.26920	0.26276	0.25505	0.24616	0.23625	0.22546	0.21399
1.7	0.25707	0.25642	0.25447	0.25125	0.24680	0.24117	0.23443	0.22669	0.21806	0.20868	0.19870
1.8	0.23585	0.23528	0.23357	0.23075	0.22685	0.22192	0.21604	0.20928	0.20175	0.19357	0.18486
1.9	0.21692	0.21642	0.21492	0.21245	0.20903	0.20472	0.19957	0.19367	0.18709	0.17993	0.17231
2.0	0.20000	0.19956	0.19825	0.19608	0.19309	0.18931	0.18480	0.17963	0.17386	0.16759	0.16090

TABLE I—(Continued)

$r \backslash z$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1	0.66132	0.29582	0.16256	0.10198	0.06961	0.05032	0.03792	0.02948	0.02349	0.01910
0.2	0.70583	0.43067	0.27184	0.18222	0.12888	0.09514	0.07266	0.05700	0.04571	0.03733
0.3	0.64189	0.45943	0.32460	0.23340	0.17244	0.13094	0.10191	0.08103	0.06561	0.05397
0.4	0.57371	0.44721	0.34121	0.26013	0.20042	0.15680	0.12469	0.10071	0.08252	0.06849
0.5	0.51421	0.42168	0.33881	0.27018	0.21583	0.17365	0.14108	0.11586	0.09617	0.08064
0.6	0.46356	0.39291	0.32724	0.26998	0.22216	0.18321	0.15188	0.12677	0.10661	0.09036
0.7	0.42022	0.36453	0.31159	0.26383	0.22238	0.18731	0.15812	0.13400	0.11414	0.09777
0.8	0.38275	0.33780	0.29444	0.25440	0.21865	0.18750	0.16081	0.13820	0.11914	0.10310
0.9	0.35004	0.31308	0.27710	0.24330	0.21246	0.18497	0.16087	0.13998	0.12202	0.10663
1.0	0.32121	0.29041	0.26021	0.23147	0.20482	0.18063	0.15900	0.13991	0.12320	0.10864
1.1	0.29563	0.26968	0.24409	0.21950	0.19640	0.17511	0.15578	0.13844	0.12302	0.10940
1.2	0.27279	0.25074	0.22889	0.20772	0.18763	0.16888	0.15163	0.13594	0.12181	0.10917
1.3	0.25230	0.23343	0.21464	0.19633	0.17879	0.16225	0.14687	0.13272	0.11981	0.10813
1.4	0.23385	0.21759	0.20136	0.18543	0.17007	0.15546	0.14173	0.12898	0.11723	0.10649
1.5	0.21716	0.20310	0.18900	0.17509	0.16159	0.14866	0.13640	0.12491	0.11424	0.10438
1.6	0.20204	0.18981	0.17751	0.16533	0.15343	0.14195	0.13100	0.12065	0.11095	0.10193
1.7	0.18829	0.17762	0.16685	0.15614	0.14562	0.13542	0.12561	0.11629	0.10749	0.09923
1.8	0.17577	0.16642	0.15696	0.14751	0.13819	0.12910	0.12032	0.11190	0.10391	0.09637
1.9	0.16434	0.15613	0.14779	0.13943	0.13115	0.12303	0.11515	0.10755	0.10030	0.09341
2.0	0.15389	0.14665	0.13928	0.13186	0.12449	0.11723	0.11014	0.10328	0.09669	0.09039

$r \backslash z$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	∞	∞	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1.0	0.50000	0.35158	0.10864	0.03594	0.01547	0.00797	0.00462	0.00291	0.00195	0.00137	0.00100
2.0	0.20000	0.16090	0.09039	0.04504	0.02350	0.01333	0.00816	0.00531	0.00364	0.00259	0.00191
3.0	0.10000	0.08811	0.06273	0.03976	0.02457	0.01551	0.01016	0.00692	0.00489	0.00356	0.00267
4.0	0.05882	0.05432	0.04360	0.03185	0.02226	0.01543	0.01082	0.00774	0.00566	0.00423	0.00323
5.0	0.03846	0.03644	0.03130	0.02496	0.01903	0.01421	0.01058	0.00792	0.00601	0.00462	0.00361
6.0	0.02703	0.02600	0.02328	0.01965	0.01593	0.01260	0.00985	0.00770	0.00604	0.00477	0.00381
7.0	0.02000	0.01943	0.01787	0.01568	0.01328	0.01097	0.00894	0.00723	0.00585	0.00474	0.00387
8.0	0.01538	0.01504	0.01409	0.01271	0.01111	0.00950	0.00799	0.00666	0.00553	0.00459	0.00382
9.0	0.01220	0.01198	0.01137	0.01045	0.00936	0.00821	0.00710	0.00607	0.00516	0.00437	0.00370
10.0	0.00990	0.00976	0.00935	0.00872	0.00796	0.00713	0.00629	0.00549	0.00476	0.00411	0.00354

TABLE II— $S(0, 1)$

$r \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.1	0.19606	0.20187	0.22063	0.25697	0.32137	0.43719	0.66130	1.15420	2.46614	6.59357	8.12394
0.2	0.36982	0.37983	0.41181	0.47245	0.57595	0.75062	1.05314	1.59437	2.53516	3.64779	2.96145
0.3	0.50501	0.51776	0.55378	0.62182	0.73190	0.90213	1.15798	1.51947	1.93701	2.13433	1.66487
0.4	0.59453	0.60576	0.64053	0.70213	0.79583	0.92745	1.09816	1.28989	1.43729	1.41314	1.11694
0.5	0.64000	0.64925	0.67737	0.72527	0.79356	0.88046	0.97752	1.06260	1.09430	1.02188	0.82448
0.6	0.64879	0.65552	0.67557	0.70834	0.75195	0.80180	0.84841	0.87540	0.86066	0.78469	0.64552
0.7	0.63060	0.63492	0.64750	0.66710	0.69109	0.71474	0.73053	0.72814	0.69646	0.62821	0.52555
0.8	0.59488	0.59724	0.60389	0.61351	0.62365	0.63051	0.62889	0.61274	0.57663	0.51808	0.43968
0.9	0.54943	0.55036	0.55277	0.55555	0.55677	0.55371	0.54304	0.53124	0.48606	0.43659	0.37513
1.0	0.50000	0.49998	0.49963	0.49811	0.49405	0.48565	0.47087	0.44786	0.41549	0.37388	0.32472
1.1	0.45044	0.44984	0.44785	0.44389	0.43704	0.43093	0.41012	0.38790	0.35911	0.32411	0.28418
1.2	0.40312	0.40221	0.39937	0.39421	0.38617	0.37457	0.35876	0.33830	0.31312	0.28363	0.25081
1.3	0.35931	0.35827	0.35509	0.34953	0.34126	0.32990	0.31513	0.29679	0.27497	0.25007	0.22284
1.4	0.31958	0.31852	0.31531	0.30982	0.30187	0.29126	0.27788	0.26170	0.24289	0.22182	0.19905
1.5	0.38402	0.28301	0.27996	0.27480	0.26744	0.25782	0.24592	0.23179	0.21562	0.19774	0.17859
1.6	0.25249	0.25156	0.24875	0.24404	0.23701	0.22884	0.21837	0.20611	0.19224	0.17703	0.16084
1.7	0.22469	0.22385	0.22132	0.21710	0.21121	0.20367	0.19454	0.18394	0.17204	0.15907	0.14532
1.8	0.20025	0.19950	0.19726	0.19354	0.18836	0.18177	0.17384	0.16469	0.15448	0.14339	0.13166
1.9	0.17881	0.17815	0.17618	0.17292	0.16839	0.16266	0.15580	0.14791	0.13914	0.12964	0.11960
2.0	0.16000	0.15942	0.15770	0.15486	0.15093	0.14596	0.14002	0.13322	0.12567	0.11751	0.10889

TABLE II—(Continued)

r z	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8	1-9	2-0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.1	-2.20928	-2.17293	-1.40636	-0.93727	-0.65848	-0.48370	-0.36808	-2.28805	-0.23057	-0.18802
0.2	0.45452	-0.67162	-0.78186	-0.65617	-0.51786	-0.40670	-0.32272	-0.25973	-0.21204	-0.17541
0.3	0.70727	-0.01230	-0.31175	-0.37679	-0.35416	-0.30793	-0.26077	-0.21936	-0.18480	-0.15646
0.4	0.64230	0.21466	-0.04919	-0.17142	-0.21094	-0.21098	-0.19496	-0.17400	-0.15292	-0.13360
0.5	0.54852	0.28083	0.81397	-0.04042	-0.10312	-0.12893	-0.13435	-0.12953	-0.12016	-0.10924
0.6	0.46734	0.28912	0.14193	0.03733	-0.02851	-0.06548	-0.08339	-0.08966	-0.08928	-0.08536
0.7	0.40187	0.27669	0.16692	0.08128	-0.02056	-0.01912	-0.04304	-0.05604	-0.06191	-0.06331
0.8	0.34927	0.25747	0.17395	0.10472	-0.05161	-0.01345	-0.01240	-0.02891	-0.03869	-0.04384
0.9	0.30647	0.23680	0.17192	0.11587	-0.07046	0.03562	-0.01013	-0.00772	-0.01966	-0.02722
1.0	0.27108	0.21676	0.16539	0.11970	-0.08119	0.05021	0.02626	-0.00840	-0.00447	-0.01343
1.1	0.34136	0.19809	0.15674	0.11918	-0.08658	0.05938	0.03748	0.02037	0.00738	-0.02227
1.2	0.21606	0.18101	0.14725	0.11610	-0.08845	0.06473	0.04501	0.02905	0.01644	0.00669
1.3	0.19427	0.16549	0.13760	0.11156	-0.08802	0.06740	0.04980	0.03515	0.02321	0.01366
1.4	0.17532	0.15143	0.12817	0.10623	-0.08612	0.06819	0.05257	0.03926	0.02813	0.01899
1.5	0.15872	0.13871	0.11915	0.10054	-0.08329	0.06768	0.05385	0.04184	0.03159	0.02298
1.6	0.14408	0.12720	0.11063	0.09476	-0.07990	0.06629	0.05407	0.04327	0.03390	0.02588
1.7	0.13110	0.11677	0.10265	0.08905	-0.07621	0.06432	0.05351	0.04384	0.03531	0.02790
1.8	0.11955	0.10732	0.09523	0.08351	-0.07237	0.06197	0.05241	0.04375	0.03602	0.02921
1.9	0.10923	0.09874	0.08834	0.07821	-0.06852	0.05939	0.05093	0.04319	0.03620	0.02996
2.0	0.09998	0.09095	0.08197	0.07138	-0.06472	0.05670	0.04920	0.04227	0.03596	0.03027

r z	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1.0	0.32472	0.10889	0.03247	-0.02231	-0.01231	-0.00695	-0.00422	-0.00273	-0.00186	-0.00132	-0.00097
2.0	0.16000	0.04724	0.03027	0.00094	-0.00397	-0.00369	-0.00278	-0.00203	-0.00149	-0.00111	-0.00084
3.0	0.06000	0.02373	0.02349	0.00769	0.00117	-0.00085	-0.00126	-0.00119	-0.00101	-0.00082	-0.00066
4.0	0.02768	0.01331	0.01522	0.00763	0.00308	0.00081	-0.00113	-0.00046	-0.00054	-0.00052	-0.00047
5.0	0.01479	0.00877	0.00981	0.00608	0.00326	0.00151	0.00054	0.00005	-0.00017	-0.00026	-0.00028
6.0	0.00877	0.00529	0.00651	0.00458	0.00290	0.00166	0.00086	0.00037	0.00010	-0.00005	-0.00012
7.0	0.00560	0.00362	0.00447	0.00342	0.00240	0.00157	0.00095	0.00053	0.00026	0.00010	0.00000
8.0	0.00379	0.00268	0.00318	0.00257	0.00194	0.00138	0.00093	0.00059	0.00035	0.00019	0.00009
9.0	0.00268	0.00258	0.00233	0.00196	0.00156	0.00118	0.00085	0.00059	0.00035	0.00025	0.00014
10.0	0.00196	0.00190	0.00175	0.00152	0.00126	0.00100	0.00076	0.00056	0.00040	0.00027	0.00018

TABLE III— $S(1, -1)$

$z \backslash r$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.00000	0.05013	0.10102	0.15354	0.20871	0.26795	0.33333	0.40837	0.50000	0.62679	1.00000
0.1	0.00000	0.04962	0.09969	0.15183	0.20615	0.26417	0.32762	0.39915	0.48295	0.58461	0.69158
0.2	0.00000	0.04818	0.09695	0.14695	0.19889	0.25362	0.31209	0.37531	0.44365	0.51421	0.57456
0.3	0.00000	0.04594	0.09231	0.13953	0.18803	0.23820	0.29031	0.34418	0.39855	0.44989	0.49171
0.4	0.00000	0.04315	0.08654	0.13040	0.17490	0.22009	0.26580	0.31135	0.35530	0.39509	0.42736
0.5	0.00000	0.04002	0.08012	0.12037	0.16074	0.20109	0.24103	0.27982	0.31624	0.34864	0.37519
0.6	0.00000	0.03676	0.07349	0.11012	0.14652	0.18243	0.21742	0.25083	0.28175	0.30911	0.33185
0.7	0.00000	0.03354	0.06696	0.10014	0.13285	0.16482	0.19564	0.22478	0.25155	0.27527	0.29528
0.8	0.00000	0.03046	0.06076	0.09072	0.12010	0.14863	0.17595	0.20163	0.22518	0.24613	0.26405
0.9	0.00000	0.02759	0.05500	0.08203	0.10845	0.13399	0.15835	0.18120	0.20216	0.22091	0.23716
1.0	0.00000	0.02497	0.04975	0.07414	0.09792	0.12087	0.14272	0.16320	0.18203	0.19898	0.21385
1.1	0.00000	0.02259	0.04500	0.06704	0.08851	0.10919	0.12888	0.14736	0.16441	0.17985	0.19353
1.2	0.00000	0.02046	0.04075	0.06070	0.08012	0.09883	0.11666	0.13341	0.14893	0.16307	0.17573
1.3	0.00000	0.01856	0.03697	0.05506	0.07267	0.08966	0.10586	0.12112	0.13532	0.14833	0.16006
1.4	0.00000	0.01687	0.03360	0.05004	0.06607	0.08153	0.09631	0.11027	0.12330	0.13531	0.14623
1.5	0.00000	0.01536	0.03060	0.04559	0.06021	0.07433	0.08785	0.10066	0.11267	0.12379	0.13397
1.6	0.00000	0.01403	0.02794	0.04164	0.05501	0.06794	0.08035	0.09214	0.10323	0.11356	0.12307
1.7	0.00000	0.01284	0.02558	0.03812	0.05038	0.06226	0.07368	0.08456	0.09484	0.10445	0.11335
1.8	0.00000	0.01178	0.02347	0.03499	0.04626	0.05721	0.06774	0.07781	0.08735	0.09631	0.10465
1.9	0.00000	0.01083	0.02159	0.03220	0.04259	0.05269	0.06244	0.07177	0.08065	0.08902	0.09684
2.0	0.00000	0.00999	0.01991	0.02970	0.03930	0.04865	0.05769	0.06637	0.07464	0.08247	0.08982

TABLE III—(Continued)

$r \backslash z$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.90909	0.83333	0.76923	0.71429	0.66667	0.62500	0.58824	0.55556	0.52632	0.50000
0.1	0.73034	0.71194	0.67820	0.64214	0.60746	0.57522	0.54562	0.51856	0.49382	0.47120
0.2	0.60642	0.60909	0.59517	0.57410	0.55063	0.52693	0.50400	0.48225	0.46183	0.44277
0.3	0.51764	0.52683	0.52351	0.51267	0.49788	0.48131	0.46421	0.44725	0.43080	0.41506
0.4	0.44938	0.46066	0.46286	0.45855	0.45006	0.43910	0.42684	0.41401	0.40110	0.38837
0.5	0.39454	0.40640	0.41154	0.41135	0.40728	0.40058	0.39220	0.38284	0.37297	0.36290
0.6	0.34924	0.36111	0.36786	0.37027	0.36927	0.36574	0.36041	0.35388	0.34657	0.33881
0.7	0.31114	0.32277	0.33038	0.33445	0.33558	0.33438	0.33141	0.32715	0.32198	0.31618
0.8	0.27867	0.28994	0.29799	0.30311	0.30571	0.30622	0.30506	0.30261	0.29918	0.29502
0.9	0.25073	0.26159	0.26980	0.27558	0.27919	0.28095	0.28117	0.28014	0.27812	0.27533
1.0	0.22650	0.23691	0.24513	0.25130	0.25560	0.25826	0.25952	0.25960	0.25872	0.25707
1.1	0.20536	0.21532	0.22343	0.22980	0.23455	0.23786	0.23990	0.24085	0.24088	0.24015
1.2	0.18681	0.19632	0.20426	0.21070	0.21574	0.21950	0.22212	0.22374	0.22450	0.22451
1.3	0.17047	0.17953	0.18725	0.19367	0.19887	0.20294	0.20599	0.20812	0.20945	0.21007
1.4	0.15601	0.16463	0.17210	0.17844	0.18372	0.18799	0.19134	0.19385	0.19562	0.19674
1.5	0.14317	0.15137	0.15857	0.16479	0.17006	0.17445	0.17801	0.18081	0.18293	0.18443
1.6	0.13173	0.13953	0.14644	0.15251	0.15774	0.16217	0.16587	0.16888	0.17126	0.17306
1.7	0.12151	0.12891	0.13555	0.14143	0.14658	0.15102	0.15480	0.15795	0.16052	0.16257
1.8	0.11234	0.11937	0.12573	0.13143	0.13647	0.14088	0.14469	0.14793	0.15064	0.15287
1.9	0.10410	0.11078	0.11686	0.12236	0.12727	0.13163	0.13544	0.13873	0.14154	0.14390
2.0	0.09668	0.10302	0.10883	0.11413	0.11891	0.12318	0.12696	0.13028	0.13315	0.13561

$r \backslash z$	0.1	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	0.00000	1.00000	0.50000	0.33333	0.25000	0.20000	0.16667	0.14286	0.12500	0.11111	0.10000
1.0	0.00000	0.21385	0.25707	0.22289	0.18762	0.16003	0.13890	0.12245	0.10948	0.09877	0.09000
2.0	0.00000	0.08982	0.13561	0.14343	0.13592	0.12460	0.11336	0.10326	0.09447	0.08687	0.08030
3.0	0.00000	0.04694	0.07923	0.09438	0.09807	0.09598	0.09146	0.08617	0.08084	0.07580	0.07115
4.0	0.00000	0.02826	0.05062	0.06478	0.07185	0.07413	0.07360	0.07157	0.06882	0.06579	0.06272
5.0	0.00000	0.01719	0.03469	0.04641	0.05386	0.05787	0.05945	0.05945	0.05848	0.05514	0.05252
6.0	0.00000	0.01325	0.02508	0.03454	0.04138	0.04584	0.04841	0.04957	0.04976	0.04929	0.04841
7.0	0.00000	0.00986	0.01890	0.02655	0.03253	0.03688	0.03981	0.04158	0.04248	0.04273	0.04252
8.0	0.00000	0.00761	0.01472	0.02096	0.02612	0.03013	0.03309	0.03514	0.03644	0.03715	0.03741
9.0	0.00000	0.00604	0.01177	0.01693	0.02135	0.02497	0.02781	0.02993	0.03143	0.03242	0.03300
10.0	0.00000	0.00491	0.00962	0.01394	0.01774	0.02097	0.02361	0.02570	0.02727	0.02842	0.02920

TABLE IV— $S(1, 0)$

$r \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	∞
0.1	0.00000	0.00995	0.02080	0.03372	0.05046	0.07417	0.11126	0.17698	0.31504	0.67578	1.46511
0.2	0.00000	0.01874	0.03904	0.06280	0.09279	0.13353	0.19306	0.28658	0.44174	0.68885	0.95776
0.3	0.00000	0.02554	0.05290	0.08419	0.12224	0.17106	0.23657	0.32671	0.44851	0.59475	0.72148
0.4	0.00000	0.03001	0.06173	0.09706	0.13827	0.18808	0.24954	0.32500	0.41314	0.50373	0.57542
0.5	0.00000	0.03223	0.06586	0.10234	0.14320	0.18992	0.24354	0.30379	0.36758	0.42758	0.47327
0.6	0.00000	0.03261	0.06622	0.10182	0.14027	0.18220	0.22761	0.27539	0.32275	0.36504	0.39680
0.7	0.00000	0.03164	0.06391	0.09740	0.13250	0.16933	0.20747	0.24574	0.28203	0.31348	0.33708
0.8	0.00000	0.02980	0.05995	0.09070	0.12218	0.15424	0.18634	0.21748	0.24618	0.27065	0.28914
0.9	0.00000	0.02750	0.05512	0.08294	0.11089	0.13872	0.16593	0.19171	0.21504	0.23478	0.24989
1.0	0.00000	0.02500	0.04999	0.07491	0.09960	0.12379	0.14704	0.16873	0.18815	0.20455	0.21729
1.1	0.00000	0.02251	0.04492	0.06711	0.08888	0.10997	0.12999	0.14850	0.16497	0.17892	0.18992
1.2	0.00000	0.02013	0.04013	0.05982	0.07901	0.09745	0.11483	0.13081	0.14500	0.15707	0.16675
1.3	0.00000	0.01794	0.03572	0.05318	0.07011	0.08629	0.10148	0.11540	0.12778	0.13837	0.14699
1.4	0.00000	0.01595	0.03175	0.04721	0.06217	0.07643	0.08978	0.10201	0.11291	0.12231	0.13006
1.5	0.00000	0.01418	0.02820	0.04192	0.05516	0.06777	0.07956	0.09037	0.10005	0.10845	0.11547
1.6	0.00000	0.01260	0.02506	0.03724	0.04899	0.06018	0.07064	0.08026	0.08890	0.09645	0.10285
1.7	0.00000	0.01121	0.02230	0.03313	0.04359	0.05354	0.06287	0.07146	0.07921	0.08604	0.09189
1.8	0.00000	0.00999	0.01988	0.02953	0.03886	0.04774	0.05608	0.06379	0.07077	0.07697	0.08233
1.9	0.00000	0.00892	0.01775	0.02638	0.03472	0.04267	0.05015	0.05709	0.06340	0.06905	0.07398
2.0	0.00000	0.00799	0.01589	0.02361	0.03109	0.03823	0.04496	0.05123	0.05696	0.06211	0.06665

TABLE IV—(Continued)

$r \backslash z$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	1.98380	1.25630	0.92605	0.72901	0.59628	0.50040	0.42788	0.37120	0.32578	0.28868
0.1	1.49494	1.13780	0.88033	0.70675	0.58376	0.49266	0.42276	0.36764	0.32321	0.28676
0.2	1.02939	0.91950	0.77496	0.64982	0.55000	0.47113	0.40826	0.35744	0.31578	0.28120
0.3	0.76912	0.73418	0.65922	0.57775	0.50356	0.43998	0.38656	0.34182	0.30422	0.27243
0.4	0.60723	0.59628	0.55685	0.50548	0.45282	0.40388	0.36036	0.32240	0.28953	0.26111
0.5	0.49585	0.49370	0.47236	0.43996	0.40327	0.36660	0.33214	0.30080	0.27280	0.24797
0.6	0.41386	0.41535	0.40370	0.38310	0.35768	0.33056	0.30376	0.27840	0.25500	0.23372
0.7	0.35070	0.35384	0.34771	0.33458	0.31697	0.29706	0.27645	0.25620	0.23693	0.21895
0.8	0.30050	0.30443	0.30161	0.29333	0.28117	0.26662	0.25089	0.23479	0.21917	0.20415
0.9	0.25968	0.26401	0.26325	0.25821	0.24989	0.23931	0.22737	0.21479	0.20211	0.18968
1.0	0.22595	0.23045	0.23102	0.22819	0.22260	0.21498	0.20598	0.19617	0.18599	0.17579
1.1	0.19772	0.20226	0.20371	0.20240	0.19880	0.19338	0.18666	0.17905	0.17095	0.16262
1.2	0.17385	0.17836	0.18038	0.18015	0.17798	0.17423	0.16927	0.16343	0.15701	0.15026
1.3	0.15352	0.15794	0.16034	0.16086	0.15975	0.15726	0.15366	0.14923	0.14419	0.13875
1.4	0.13609	0.14039	0.14301	0.14407	0.14373	0.14220	0.13967	0.13635	0.13243	0.12808
1.5	0.12106	0.12521	0.12796	0.12939	0.12963	0.12881	0.12711	0.12468	0.12168	0.11824
1.6	0.10804	0.11202	0.11483	0.11651	0.11717	0.11691	0.11585	0.11413	0.11187	0.10918
1.7	0.09672	0.10052	0.10333	0.10518	0.10614	0.10630	0.10575	0.10459	0.10293	0.10085
1.8	0.08683	0.09046	0.09323	0.09517	0.09635	0.09682	0.09667	0.09596	0.09478	0.09321
1.9	0.07817	0.08161	0.08432	0.08632	0.08765	0.08835	0.08850	0.08815	0.08736	0.08621
2.0	0.07055	0.07382	0.07644	0.07846	0.07988	0.08076	0.08114	0.08107	0.08061	0.07980

$r \backslash z$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	0.00000	∞	0.28868	0.11785	0.06455	0.04082	0.02817	0.02062	0.01575	0.01242	0.01005
1.0	0.00000	0.21729	0.17579	0.09715	0.05827	0.03831	0.02698	0.01998	0.01538	0.01219	0.00990
2.0	0.00000	0.06665	0.07980	0.06249	0.04468	0.03218	0.02386	0.01825	0.01434	0.01154	0.00947
3.0	0.00000	0.02668	0.03877	0.03762	0.03146	0.02509	0.01987	0.01588	0.01286	0.01057	0.00881
4.0	0.00000	0.01282	0.02075	0.02295	0.02157	0.01882	0.01592	0.01333	0.01118	0.00943	0.00801
5.0	0.00000	0.00702	0.01210	0.01455	0.01486	0.01393	0.01248	0.01094	0.00951	0.00824	0.00716
6.0	0.00000	0.00422	0.00757	0.00961	0.01042	0.01033	0.00972	0.00887	0.00797	0.00709	0.00630
7.0	0.00000	0.00272	0.00501	0.00661	0.00716	0.00716	0.00716	0.00663	0.00605	0.00549	0.00475
8.0	0.00000	0.00185	0.00347	0.00470	0.00549	0.00587	0.00593	0.00578	0.00549	0.00513	0.00475
9.0	0.00000	0.00131	0.00250	0.00345	0.00412	0.00452	0.00469	0.00468	0.00455	0.00434	0.00409
10.0	0.00000	0.00097	0.00185	0.00259	0.00316	0.00354	0.00375	0.00382	0.00379	0.00368	0.00352

TABLE V— $S(1, 1)$

$r \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.00000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.1	0.00000	-0.09545	-0.19904	-0.32082	-0.47550	-0.68736	-0.99991	-1.49056	-2.22493	-1.99055	8.45953
0.2	0.00000	-0.07898	-0.16255	-0.25557	-0.36305	-0.48813	-0.62278	-0.70874	-0.49048	-0.78883	3.15658
0.3	0.00000	-0.05650	-0.11362	-0.17097	-0.22525	-0.26566	-0.26285	-0.14554	0.22566	0.97158	1.79051
0.4	0.00000	-0.03297	-0.06360	-0.08819	-0.09965	-0.08425	-0.01680	0.14241	0.43361	0.83712	1.19780
0.5	0.00000	-0.01221	-0.02065	-0.02048	-0.04525	-0.03796	0.12175	0.26190	0.45134	0.68910	0.87331
0.6	0.00000	-0.00381	-0.01156	-0.02775	-0.03798	0.10898	0.18745	0.29671	0.43033	0.56631	0.67031
0.7	0.00000	0.01476	0.03289	0.05793	0.09365	0.14364	0.21021	0.29229	0.38301	0.46866	0.53195
0.8	0.00000	0.02128	0.04510	0.07395	0.11012	0.15526	0.20963	0.27109	0.33430	0.39096	0.43191
0.9	0.00000	0.02441	0.05056	0.08005	0.11413	0.15341	0.19735	0.24390	0.28930	0.32853	0.35649
1.0	0.00000	0.02447	0.05146	0.07976	0.11070	0.14433	0.17992	0.21583	0.24948	0.27781	0.29786
1.1	0.00000	0.02291	0.04610	0.06978	0.09395	0.11833	0.14233	0.16502	0.18524	0.20176	0.21350
1.2	0.00000	0.02093	0.04194	0.06305	0.08416	0.10497	0.12499	0.14354	0.15983	0.17306	0.18255
1.3	0.00000	0.01881	0.03759	0.05625	0.07463	0.09245	0.10931	0.12472	0.13814	0.14901	0.15691
1.4	0.00000	0.01673	0.03337	0.04977	0.06575	0.08107	0.09540	0.10838	0.11962	0.12875	0.13548
1.5	0.00000	0.01478	0.02944	0.04380	0.05771	0.07092	0.08320	0.09426	0.10381	0.11161	0.11746
1.6	0.00000	0.01301	0.02587	0.03844	0.05054	0.06199	0.07258	0.08209	0.09031	0.09706	0.10221
1.7	0.00000	0.01142	0.02269	0.03369	0.04424	0.05419	0.06337	0.07161	0.07875	0.08466	0.08924
1.8	0.00000	0.01001	0.01989	0.02951	0.03873	0.04741	0.05541	0.06259	0.06884	0.07406	0.07816
1.9	0.00000	0.00878	0.01744	0.02587	0.03394	0.04153	0.04853	0.05483	0.06034	0.06497	0.06867
2.0	0.00000	0.00878	0.01744	0.02587	0.03394	0.04153	0.04853	0.05483	0.06034	0.06497	0.06867

TABLE V—(Continued)

$z \backslash r$	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8	1-9	2-0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.1	6.06745	2.03835	0.84850	0.42654	0.24352	0.15181	0.10086	0.07030	0.05087	0.03793
0.2	3.39075	2.09795	1.16917	0.67670	0.41655	0.27139	0.18539	0.13164	0.09650	0.07263
0.3	1.99400	1.60051	1.10858	0.73939	0.49776	0.34362	0.24402	0.17803	0.13307	0.10161
0.4	1.31709	1.18064	0.93347	0.69521	0.50804	0.37209	0.27579	0.20761	0.15887	0.12350
0.5	0.94337	0.88957	0.76054	0.61245	0.47841	0.36956	0.28551	0.22196	0.17416	0.13809
0.6	0.71319	0.68961	0.61816	0.52543	0.43208	0.34905	0.27994	0.22439	0.18050	0.14605
0.7	0.55945	0.54828	0.50639	0.44693	0.38210	0.32012	0.26516	0.21853	0.17997	0.14853
0.8	0.45043	0.44494	0.41918	0.38001	0.33461	0.28866	0.24570	0.20751	0.17461	0.14682
0.9	0.36961	0.36701	0.35059	0.32413	0.29195	0.25783	0.22452	0.19369	0.16615	0.14213
1.0	0.30764	0.30666	0.29595	0.27772	0.25462	0.22917	0.20339	0.17870	0.15594	0.13550
1.1	0.25889	0.25889	0.25186	0.23911	0.22234	0.20325	0.18329	0.16360	0.14492	0.12772
1.2	0.21977	0.22042	0.21583	0.20685	0.19458	0.18017	0.16469	0.14900	0.13375	0.11937
1.3	0.18788	0.18897	0.18607	0.17973	0.17070	0.15978	0.14775	0.13526	0.12284	0.11087
1.4	0.16158	0.16296	0.16124	0.15681	0.15015	0.14186	0.13248	0.12253	0.11243	0.10252
1.5	0.13966	0.14124	0.14037	0.13732	0.13243	0.12612	0.11881	0.11088	0.10268	0.09448
1.6	0.12124	0.12296	0.12270	0.12666	0.11709	0.11007	0.10660	0.10029	0.09363	0.08686
1.7	0.10567	0.10746	0.10764	0.10636	0.10379	0.10017	0.09574	0.09071	0.08531	0.07973
1.8	0.09243	0.09425	0.09475	0.09403	0.09222	0.08951	0.08607	0.08207	0.07770	0.07310
1.9	0.08112	0.08294	0.08366	0.08335	0.08213	0.08012	0.07746	0.07430	0.07077	0.06699
2.0	0.07141	0.07320	0.07407	0.07408	0.07330	0.07184	0.06981	0.06731	0.06446	0.06136

$z \backslash r$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	0.00000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1.0	0.00000	2.97861	0.13550	0.03452	0.01146	0.00476	0.00230	0.00125	0.00073	0.00046	0.00030
2.0	0.00000	0.68667	0.06136	0.03095	0.01432	0.00702	0.00373	0.00214	0.00130	0.00083	0.00056
3.0	0.00000	0.02170	0.02608	0.01910	0.01168	0.00686	0.00409	0.00253	0.00162	0.00108	0.00074
4.0	0.00000	0.00847	0.01203	0.01094	0.00817	0.00560	0.00374	0.00251	0.00171	0.00118	0.00084
5.0	0.00000	0.00387	0.00607	0.00633	0.00543	0.00420	0.00310	0.00224	0.00162	0.00118	0.00087
6.0	0.00000	0.00199	0.00332	0.00379	0.00358	0.00305	0.00244	0.00189	0.00145	0.00110	0.00084
7.0	0.00000	0.00111	0.00195	0.00239	0.00219	0.00219	0.00187	0.00154	0.00124	0.00098	0.00078
8.0	0.00000	0.00067	0.00120	0.00153	0.00163	0.00158	0.00142	0.00123	0.00103	0.00085	0.00070
9.0	0.00000	0.00043	0.00078	0.00102	0.00114	0.00115	0.00108	0.00097	0.00085	0.00073	0.00061
10.0	0.00000	0.00028	0.00053	0.00071	0.00081	0.00084	0.00082	0.00077	0.00069	0.00061	0.00053

TABLE VI—C(0, 0)

$r \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	∞	2.99322	2.29243	1.87382	1.56680	1.31696	1.09861	0.89559	0.69315	0.46714	0.00000
0.1	2.30756	2.11690	1.81650	1.55209	1.32577	1.12587	0.94230	0.76651	0.59007	0.40414	0.21897
0.2	1.62905	1.56948	1.43185	1.27111	1.11070	0.95632	0.80761	0.66254	0.51936	0.37980	0.25562
0.3	1.24706	1.21846	1.14320	1.04136	0.92799	0.81094	0.69362	0.57760	0.46455	0.35807	0.26474
0.4	0.99050	0.97367	0.92691	0.85866	0.77732	0.68903	0.59870	0.50646	0.41768	0.33472	0.26141
0.5	0.80472	0.79367	0.76215	0.71425	0.65476	0.58798	0.51739	0.44586	0.37600	0.31044	0.25165
0.6	0.66457	0.65683	0.63447	0.59969	0.55539	0.50453	0.44986	0.39379	0.33857	0.28624	0.23856
0.7	0.55606	0.55043	0.53401	0.50812	0.47462	0.43557	0.39301	0.34890	0.30500	0.26291	0.22396
0.8	0.47049	0.46628	0.45393	0.43431	0.40863	0.37836	0.34502	0.31010	0.27499	0.24093	0.20892
0.9	0.40202	0.39881	0.38937	0.37426	0.35435	0.33067	0.30436	0.27653	0.24827	0.22053	0.19411
1.0	0.34657	0.34409	0.33676	0.32499	0.30938	0.29069	0.26975	0.24743	0.22453	0.20181	0.17990
1.1	0.30119	0.29924	0.29348	0.28421	0.27185	0.25697	0.24018	0.22214	0.20347	0.18476	0.16651
1.2	0.26368	0.26213	0.25757	0.25019	0.24032	0.22836	0.21480	0.20012	0.18480	0.16931	0.15403
1.3	0.23241	0.23117	0.22751	0.22159	0.21363	0.20395	0.19291	0.18088	0.16824	0.15534	0.14250
1.4	0.20612	0.20513	0.20217	0.19737	0.19090	0.18301	0.17395	0.16403	0.15353	0.14274	0.13190
1.5	0.18386	0.18305	0.18064	0.17672	0.17143	0.16494	0.15746	0.14923	0.14046	0.13138	0.12219
1.6	0.16488	0.16421	0.16223	0.15901	0.15469	0.14927	0.14306	0.13618	0.12881	0.12114	0.11332
1.7	0.14858	0.14803	0.14639	0.14372	0.14009	0.13562	0.13042	0.12464	0.11842	0.11190	0.10522
1.8	0.13450	0.13404	0.13267	0.13044	0.12741	0.12366	0.11929	0.11441	0.10913	0.10356	0.09783
1.9	0.12226	0.12188	0.12073	0.11886	0.11631	0.11315	0.10945	0.10530	0.10080	0.09603	0.09109
2.0	0.11157	0.11125	0.11028	0.10870	0.10654	0.10386	0.10071	0.09717	0.09331	0.08921	0.08494

TABLE VI—(Continued)

$r \backslash z$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1	0.10843	0.06348	0.04205	0.02998	0.02243	0.01736	0.01379	0.01117	0.00921	0.00769
0.2	0.16530	0.10998	0.07702	0.05846	0.04291	0.03354	0.02682	0.02184	0.01806	0.01513
0.3	0.19117	0.13842	0.10225	0.07745	0.06011	0.04766	0.03849	0.03158	0.02626	0.02209
0.4	0.20084	0.15376	0.11858	0.09266	0.07353	0.05925	0.04842	0.04008	0.03356	0.02840
0.5	0.20144	0.16041	0.12795	0.10274	0.08327	0.06820	0.05645	0.04720	0.03984	0.03393
0.6	0.19677	0.16139	0.13224	0.10867	0.08978	0.07470	0.06262	0.04291	0.04504	0.03863
0.7	0.18970	0.15871	0.13293	0.11140	0.09363	0.07904	0.06708	0.05726	0.04918	0.04248
0.8	0.17972	0.15374	0.13113	0.11176	0.09536	0.08158	0.07004	0.06039	0.05231	0.04552
0.9	0.16960	0.14740	0.12766	0.11040	0.09547	0.08266	0.07174	0.06245	0.05454	0.04781
1.0	0.15928	0.14030	0.12313	0.10783	0.09436	0.08260	0.07240	0.06359	0.05598	0.04943
1.1	0.14911	0.13287	0.11795	0.10445	0.09237	0.08166	0.07223	0.06397	0.05675	0.05044
1.2	0.13931	0.12539	0.11243	0.10055	0.08976	0.08007	0.07142	0.06374	0.05694	0.05095
1.3	0.13000	0.11805	0.10679	0.09634	0.08674	0.07800	0.07011	0.06302	0.05668	0.05103
1.4	0.12125	0.11097	0.10118	0.09199	0.08346	0.07561	0.06844	0.06192	0.05604	0.05074
1.5	0.11309	0.10422	0.09570	0.08762	0.08004	0.07300	0.06650	0.06054	0.05511	0.05017
1.6	0.10551	0.09784	0.09041	0.08330	0.07657	0.07026	0.06438	0.05895	0.05395	0.04937
1.7	0.09850	0.09185	0.08535	0.07909	0.07311	0.06746	0.06216	0.05721	0.05262	0.04839
1.8	0.09203	0.08624	0.08055	0.07503	0.06972	0.06466	0.05987	0.05538	0.05118	0.04727
1.9	0.08606	0.08101	0.07602	0.07114	0.06642	0.06189	0.05757	0.05349	0.04965	0.04605
2.0	0.08056	0.07615	0.07176	0.06744	0.06324	0.05917	0.05528	0.05157	0.04807	0.04476

$r \backslash z$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	∞	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1.0	0.34657	0.17990	0.04943	0.01686	0.00743	0.00388	0.00227	0.00144	0.00096	0.00068	0.00050
2.0	0.11157	0.08494	0.04476	0.02193	0.01146	0.00653	0.00402	0.00262	0.00180	0.00129	0.00095
3.0	0.05268	0.04572	0.03169	0.01977	0.01214	0.00766	0.00502	0.00343	0.00242	0.00177	0.00133
4.0	0.03031	0.02784	0.02208	0.01596	0.01109	0.00767	0.00537	0.00384	0.00281	0.00211	0.00161
5.0	0.01961	0.01854	0.01583	0.01255	0.00952	0.00709	0.00527	0.00394	0.00299	0.00230	0.00180
6.0	0.01370	0.01316	0.01175	0.00988	0.00798	0.00630	0.00492	0.00384	0.00301	0.00238	0.00190
7.0	0.01010	0.00981	0.00900	0.00788	0.00666	0.00549	0.00447	0.00361	0.00292	0.00237	0.00193
8.0	0.00775	0.00758	0.00709	0.00638	0.00557	0.00476	0.00400	0.00333	0.00277	0.00229	0.00191
9.0	0.00614	0.00602	0.00571	0.00525	0.00497	0.00442	0.00395	0.00303	0.00258	0.00218	0.00185
10.0	0.00497	0.00490	0.00469	0.00438	0.00399	0.00357	0.00315	0.00275	0.00238	0.00205	0.00177

TABLE VII— $C(0, 1)$

z \ r	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	∞	10.00000	5.00000	3.33333	2.50000	2.00000	1.66667	1.42857	1.25000	1.11111	∞
0.1	9.90099	6.97059	4.36703	3.04864	2.29770	1.81085	1.45568	1.15652	0.83609	0.32001	-0.62409
0.2	4.80769	1.27717	3.33223	2.55500	1.99313	1.57589	1.23989	0.93407	0.60743	0.21319	-0.18885
0.3	3.05810	2.88365	2.48430	2.04887	1.66225	1.33318	1.04439	0.77344	0.50102	0.22332	-0.14986
0.4	2.15517	2.07687	1.87629	1.62038	1.35814	1.10938	0.87665	0.65461	0.44033	0.24000	0.07229
0.5	1.60000	1.55763	1.44262	1.28205	1.10151	0.91701	0.73579	0.56069	0.39467	0.24397	0.11808
0.6	1.22549	1.19966	1.12725	1.02065	0.89361	0.75712	0.61854	0.48285	0.35450	0.23863	0.14071
0.7	0.95877	0.94176	0.89317	0.81932	0.72805	0.62673	0.52138	0.41685	0.31743	0.22715	0.14957
0.8	0.76220	0.75041	0.71636	0.66359	0.59686	0.52113	0.44098	0.36046	0.28315	0.21217	0.15007
0.9	0.61387	0.60542	0.58084	0.54227	0.49275	0.43568	0.37446	0.31222	0.25180	0.19562	0.14558
1.0	0.50000	0.49379	0.47566	0.44697	0.40975	0.36638	0.31932	0.27096	0.22349	0.17876	0.13824
1.1	0.41135	0.40671	0.39311	0.37147	0.34319	0.30993	0.27350	0.23570	0.19818	0.16238	0.12943
1.2	0.34153	0.33801	0.32768	0.31116	0.28944	0.26372	0.23531	0.20557	0.17574	0.14693	0.12003
1.3	0.28596	0.28326	0.27531	0.26258	0.24574	0.22568	0.20337	0.17980	0.15594	0.13264	0.11060
1.4	0.24131	0.23922	0.23305	0.22313	0.20996	0.19419	0.17653	0.15774	0.13854	0.11960	0.10146
1.5	0.20513	0.20349	0.19866	0.19086	0.18048	0.16798	0.15391	0.13882	0.12328	0.10780	0.09282
1.6	0.17556	0.17427	0.17045	0.16427	0.15602	0.14604	0.13474	0.12256	0.10991	0.09719	0.08477
1.7	0.15122	0.15019	0.14714	0.14221	0.13560	0.12758	0.11845	0.10854	0.09818	0.08769	0.07735
1.8	0.13103	0.13020	0.12776	0.12379	0.11846	0.11196	0.10453	0.09643	0.08791	0.07921	0.07056
1.9	0.11417	0.11350	0.11152	0.10831	0.10398	0.09868	0.09260	0.08594	0.07888	0.07164	0.06438
2.0	0.10000	0.09946	0.09785	0.09522	0.09168	0.08734	0.08233	0.07682	0.07095	0.06489	0.05877

TABLE VII—(Continued)

r z	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	-1.27309	-0.67422	-0.43463	-0.30634	-0.22776	-0.17564	-0.13916	-0.11260	-0.09267	-0.07735
0.1	-0.80521	-0.56353	-0.39372	-0.28717	-0.21741	-0.16950	-0.13527	-0.11000	-0.09087	-0.07606
0.2	-0.37907	-0.36754	-0.23908	-0.18045	-0.15336	-0.12896	-0.10844	-0.09158	-0.08571	-0.07234
0.3	-0.16154	-0.21039	-0.20484	-0.12491	-0.11524	-0.10259	-0.08988	-0.07827	-0.07783	-0.06658
0.4	-0.04308	-0.10386	-0.12518	-0.12491	-0.11524	-0.10259	-0.08988	-0.07827	-0.06809	-0.05933
0.5	0.02506	-0.03405	-0.06552	-0.07836	-0.08037	-0.07683	-0.07084	-0.06409	-0.05741	-0.05120
0.6	0.06471	0.01119	-0.02272	-0.04180	-0.05083	-0.05362	-0.05283	-0.05014	-0.04658	-0.04273
0.7	0.08704	0.04004	0.00716	-0.01422	-0.02700	-0.03382	-0.03672	-0.03718	-0.03619	-0.03441
0.8	0.09587	0.05782	0.02748	0.00599	-0.00844	-0.01757	-0.02291	-0.02565	-0.02665	-0.02655
0.9	0.10291	0.06809	0.04084	0.02038	0.00562	-0.00463	-0.01143	-0.01571	-0.01817	-0.01938
1.0	0.10292	0.07324	0.04917	0.03030	0.01597	-0.00541	-0.00215	-0.00737	-0.01084	-0.01301
1.1	0.10014	0.07494	0.05390	0.03684	0.02337	0.01300	-0.00519	-0.00454	-0.00464	-0.00478
1.2	0.09571	0.07434	0.05607	0.04085	0.02845	0.01857	-0.01086	-0.00494	-0.00050	-0.00278
1.3	0.09035	0.07225	0.05645	0.04299	0.03174	0.02253	-0.01512	0.00924	0.00466	0.00114
1.4	0.08457	0.06923	0.05561	0.04377	0.03367	0.02521	-0.01822	0.01253	0.00797	0.00436
1.5	0.07870	0.06569	0.05396	0.04359	0.03458	0.02687	-0.02038	0.01499	0.01055	0.00695
1.6	0.07292	0.06188	0.05178	0.04272	0.03472	0.02777	-0.02180	0.01675	0.01251	0.00900
1.7	0.06738	0.05799	0.04929	0.04139	0.03431	0.02807	-0.02263	0.01794	0.01395	0.01057
1.8	0.06215	0.05414	0.04665	0.03976	0.03352	0.02793	-0.02299	0.01868	0.01495	0.01175
1.9	0.05726	0.05042	0.04396	0.03795	0.03235	0.02746	-0.02301	0.01906	0.01560	0.01260
2.0	0.05273	0.04687	0.04129	0.03605	0.03120	0.02676	-0.02275	0.01916	0.01597	0.01317

r z	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	∞	∞	-0.07735	-0.02022	-0.00820	-0.00412	-0.00236	-0.00148	-0.00099	-0.00069	-0.00050
1.0	0.50000	0.13824	-0.01301	-0.01115	-0.00602	-0.00341	-0.00208	-0.00135	-0.00092	-0.00065	-0.00048
2.0	0.10000	0.05877	0.01317	-0.00019	-0.00211	-0.00186	-0.00139	-0.00101	-0.00074	-0.00055	-0.00042
3.0	0.03333	0.02522	0.01164	0.00356	0.00045	-0.00047	-0.00065	-0.00060	-0.00050	-0.00041	-0.00033
4.0	0.01471	0.01243	0.00772	0.00375	0.00145	0.00036	-0.00026	-0.00024	-0.00028	-0.00026	-0.00023
5.0	0.00769	0.00688	0.00499	0.00304	0.00161	0.00073	0.00026	0.00002	-0.00009	-0.00013	-0.00014
6.0	0.00450	0.00416	0.00331	0.00231	0.00144	0.00082	0.00042	0.00018	0.00004	-0.00003	-0.00006
7.0	0.00286	0.00269	0.00227	0.00172	0.00120	0.00078	0.00047	0.00026	0.00013	0.00005	0.00000
8.0	0.00192	0.00184	0.00161	0.00130	0.00098	0.00069	0.00046	0.00029	0.00017	0.00009	0.00004
9.0	0.00136	0.00131	0.00117	0.00099	0.00078	0.00059	0.00043	0.00029	0.00019	0.00012	0.00007
10.0	0.00099	0.00096	0.00088	0.00076	0.00063	0.00050	0.00038	0.00028	0.00020	0.00014	0.00009

TABLE VIII— $C(1, -1)$

$z \backslash r$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.00000	0.17472	0.27975	0.35784	0.41772	0.46321	0.49625	0.51764	0.52726	0.52361	0.50000
0.1	0.00000	0.11020	0.20124	0.27349	0.33031	0.37409	0.40618	0.42726	0.43730	0.43558	0.42123
0.2	0.00000	0.07992	0.15221	0.21370	0.26411	0.30400	0.33393	0.35429	0.36525	0.36694	0.36012
0.3	0.00000	0.06163	0.11929	0.17039	0.21376	0.24908	0.27635	0.29574	0.30747	0.31198	0.31016
0.4	0.00000	0.04910	0.09579	0.13819	0.17511	0.20596	0.23050	0.24872	0.26083	0.26724	0.26868
0.5	0.00000	0.03996	0.07831	0.11369	0.14510	0.17193	0.19386	0.21080	0.22288	0.23042	0.23397
0.6	0.00000	0.03303	0.06793	0.09469	0.12152	0.14487	0.16441	0.18003	0.19178	0.19990	0.20475
0.7	0.00000	0.02766	0.05449	0.07974	0.10278	0.12315	0.14056	0.15488	0.16612	0.17442	0.18000
0.8	0.00000	0.02342	0.04621	0.06781	0.08772	0.10557	0.12110	0.13418	0.14480	0.15303	0.15905
0.9	0.00000	0.02002	0.03957	0.05819	0.07551	0.09122	0.10510	0.11703	0.12697	0.13497	0.14113
1.0	0.00000	0.01727	0.03416	0.05034	0.06550	0.07940	0.09183	0.10271	0.11197	0.11964	0.12578
1.1	0.00000	0.01501	0.02973	0.04389	0.05724	0.06958	0.08076	0.09067	0.09927	0.10656	0.11256
1.2	0.00000	0.01314	0.02606	0.03853	0.05035	0.06137	0.07144	0.08049	0.08846	0.09534	0.10115
1.3	0.00000	0.01159	0.02300	0.03404	0.04457	0.05444	0.06355	0.07182	0.07920	0.08567	0.09123
1.4	0.00000	0.01028	0.02041	0.03026	0.03968	0.04856	0.05683	0.06439	0.07122	0.07729	0.08260
1.5	0.00000	0.00917	0.01822	0.02704	0.03551	0.04354	0.05106	0.05800	0.06432	0.07000	0.07504
1.6	0.00000	0.00823	0.01636	0.02429	0.03194	0.03922	0.04608	0.05246	0.05832	0.06364	0.06840
1.7	0.00000	0.00742	0.01475	0.02192	0.02885	0.03549	0.04177	0.04764	0.05307	0.05845	0.06255
1.8	0.00000	0.00671	0.01336	0.01987	0.02618	0.03224	0.03800	0.04342	0.04847	0.05312	0.05737
1.9	0.00000	0.00610	0.01215	0.01808	0.02385	0.02940	0.03470	0.03972	0.04441	0.04877	0.05278
2.0	0.00000	0.00557	0.01109	0.01652	0.02181	0.02691	0.03180	0.03645	0.04082	0.04490	0.04868

TABLE VIII—(Continued)

$r \backslash z$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.45455	0.41667	0.38462	0.35714	0.33333	0.31250	0.29412	0.27778	0.26316	0.25000
0.1	0.39772	0.37249	0.34879	0.32729	0.30797	0.29063	0.27504	0.26096	0.24822	0.23662
0.2	0.34709	0.33109	0.31446	0.29835	0.28321	0.26918	0.25626	0.24437	0.23344	0.22338
0.3	0.30349	0.29380	0.28264	0.27103	0.25955	0.24851	0.23805	0.22821	0.21900	0.20140
0.4	0.26616	0.26084	0.25376	0.24574	0.23733	0.22889	0.22062	0.21265	0.20502	0.19778
0.5	0.23421	0.23193	0.22787	0.22265	0.21675	0.21050	0.20414	0.19781	0.19162	0.18562
0.6	0.20683	0.20668	0.20484	0.20176	0.19786	0.19343	0.18868	0.18380	0.17887	0.17400
0.7	0.18332	0.18465	0.18442	0.18298	0.18066	0.17770	0.17431	0.17065	0.16683	0.16295
0.8	0.16309	0.16543	0.16636	0.16615	0.16506	0.16328	0.16101	0.15839	0.15553	0.15251
0.9	0.14562	0.14864	0.15040	0.15111	0.15096	0.15013	0.14877	0.14701	0.14496	0.14269
1.0	0.13050	0.13396	0.13629	0.13767	0.13824	0.13815	0.13753	0.13649	0.13511	0.13348
1.1	0.11737	0.12108	0.12381	0.12567	0.12678	0.12727	0.12724	0.12678	0.12597	0.12489
1.2	0.10593	0.10977	0.11275	0.11495	0.11647	0.11740	0.11783	0.11785	0.11751	0.11688
1.3	0.09593	0.09981	0.10293	0.10536	0.10717	0.10844	0.10924	0.10963	0.10968	0.10944
1.4	0.08716	0.09101	0.09420	0.09678	0.09879	0.10032	0.10140	0.10209	0.10245	0.10253
1.5	0.07944	0.08322	0.08643	0.08908	0.09124	0.09294	0.09424	0.09517	0.09578	0.09612
1.6	0.07262	0.07631	0.07948	0.08217	0.08441	0.08624	0.08770	0.08882	0.08963	0.09018
1.7	0.06658	0.07015	0.07327	0.07596	0.07824	0.08016	0.08173	0.08298	0.08396	0.08468
1.8	0.06122	0.06465	0.06769	0.07035	0.07265	0.07462	0.07627	0.07763	0.07873	0.07959
1.9	0.05643	0.05973	0.06268	0.06529	0.06759	0.06957	0.07127	0.07271	0.07390	0.07487
2.0	0.05215	0.05531	0.05816	0.06072	0.06298	0.06497	0.06670	0.06819	0.06944	0.07049

$r \backslash z$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	0.00000	0.50000	0.25000	0.16667	0.12500	0.10000	0.08333	0.07143	0.06250	0.05556	0.05000
1.0	0.00000	0.12578	0.13348	0.11273	0.09425	0.08020	0.06954	0.06128	0.05472	0.04940	0.04501
2.0	0.00000	0.04868	0.07049	0.07297	0.06853	0.06258	0.05683	0.05172	0.04729	0.04347	0.04017
3.0	0.00000	0.02453	0.04079	0.04800	0.04952	0.04827	0.04590	0.04319	0.04049	0.03795	0.03560
4.0	0.00000	0.01452	0.02585	0.03286	0.03627	0.03730	0.03695	0.03589	0.03448	0.03295	0.03140
5.0	0.00000	0.00953	0.01761	0.02348	0.02716	0.02911	0.02985	0.02982	0.02931	0.02853	0.02760
6.0	0.00000	0.00671	0.01268	0.01743	0.02084	0.02305	0.02430	0.02487	0.02494	0.02469	0.02424
7.0	0.00000	0.00498	0.00953	0.01337	0.01637	0.01854	0.01998	0.02086	0.02129	0.02141	0.02129
8.0	0.00000	0.00383	0.00741	0.01055	0.01313	0.01513	0.01661	0.01762	0.01826	0.01861	0.01874
9.0	0.00000	0.00304	0.00592	0.00851	0.01073	0.01254	0.01395	0.01500	0.01575	0.01624	0.01653
10.0	0.00000	0.00247	0.00483	0.00700	0.00890	0.01052	0.01184	0.01288	0.01367	0.01424	0.01462

TABLE IX— $C(1, 0)$

$z \backslash r$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
0.1	0.00000	0.40923	0.60783	0.70485	0.75831	0.78937	0.80635	0.81190	0.80408	0.77167	0.68076
0.2	0.00000	0.22639	0.39444	0.50444	0.57482	0.61894	0.64396	0.65249	0.64323	0.61074	0.54970
0.3	0.00000	0.14843	0.27456	0.37053	0.43900	0.48507	0.51257	0.52337	0.51747	0.49396	0.45381
0.4	0.00000	0.10577	0.20084	0.27905	0.33899	0.38170	0.40869	0.42107	0.41947	0.40464	0.37852
0.5	0.00000	0.07893	0.15187	0.21454	0.26489	0.30243	0.32749	0.34063	0.34257	0.33437	0.31779
0.6	0.00000	0.06063	0.11753	0.16774	0.20939	0.24161	0.26419	0.27739	0.28175	0.27823	0.26818
0.7	0.00000	0.04751	0.09254	0.13299	0.16735	0.19473	0.21476	0.22749	0.23332	0.23294	0.22736
0.8	0.00000	0.03781	0.07390	0.10673	0.13514	0.15834	0.17595	0.18792	0.19448	0.19614	0.19360
0.9	0.00000	0.03048	0.05972	0.08659	0.11019	0.12988	0.14530	0.15634	0.16315	0.16606	0.16556
1.0	0.00000	0.02485	0.04877	0.07094	0.09067	0.10742	0.12090	0.13098	0.13772	0.14134	0.14219
1.1	0.00000	0.02045	0.04022	0.05866	0.07525	0.08956	0.10134	0.11046	0.11695	0.12093	0.12264
1.2	0.00000	0.01699	0.03346	0.04892	0.06295	0.07524	0.08554	0.09376	0.09988	0.10398	0.10622
1.3	0.00000	0.01423	0.02806	0.04111	0.05307	0.06365	0.07269	0.08008	0.08578	0.08985	0.09238
1.4	0.00000	0.01201	0.02372	0.03482	0.04505	0.05422	0.06216	0.06879	0.07406	0.07800	0.08067
1.5	0.00000	0.01022	0.02019	0.02969	0.03851	0.04648	0.05348	0.05941	0.06426	0.06801	0.07072
1.6	0.00000	0.00875	0.01730	0.02548	0.03312	0.04008	0.04626	0.05159	0.05603	0.05957	0.06224
1.7	0.00000	0.00754	0.01492	0.02200	0.02865	0.03476	0.04024	0.04502	0.04908	0.05239	0.05498
1.8	0.00000	0.00653	0.01294	0.01911	0.02493	0.03031	0.03517	0.03947	0.04317	0.04626	0.04874
1.9	0.00000	0.00569	0.01128	0.01668	0.02180	0.02656	0.03089	0.03477	0.03814	0.04100	0.04336
2.0	0.00000	0.00499	0.00989	0.01464	0.01916	0.02338	0.02726	0.03075	0.03383	0.03648	0.03870

TABLE IX—(Continued)

r z	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.58340	0.44723	0.36103	0.30015	0.25464	0.21938	0.19131	0.16852	0.14971	0.13397
0.1	0.54177	0.43142	0.35296	0.29537	0.25155	0.21725	0.18978	0.16739	0.14885	0.13330
0.2	0.47030	0.39442	0.33188	0.28224	0.24282	0.21115	0.18536	0.16409	0.14632	0.13133
0.3	0.40315	0.35107	0.30384	0.26352	0.22984	0.20184	0.17849	0.15889	0.14231	0.12817
0.4	0.34496	0.30874	0.27372	0.24200	0.21422	0.19028	0.16976	0.15217	0.13705	0.12400
0.5	0.29538	0.27004	0.24428	0.21977	0.19738	0.17741	0.15980	0.14436	0.13085	0.11902
0.6	0.25337	0.23568	0.21684	0.19813	0.18037	0.16400	0.14917	0.13586	0.12400	0.11345
0.7	0.21781	0.20560	0.19193	0.17778	0.16387	0.15064	0.13833	0.12704	0.11677	0.10749
0.8	0.18773	0.17946	0.16966	0.15908	0.14830	0.13773	0.12764	0.11817	0.10939	0.10132
0.9	0.16228	0.15686	0.14996	0.14213	0.13387	0.12551	0.11732	0.10946	0.10204	0.09510
1.0	0.14071	0.13736	0.13262	0.12692	0.12066	0.11412	0.10754	0.10108	0.09486	0.08895
1.1	0.12240	0.12054	0.11741	0.11336	0.10868	0.10362	0.09838	0.09313	0.08796	0.08296
1.2	0.10682	0.10603	0.10411	0.10131	0.09788	0.09401	0.08989	0.08565	0.08139	0.07720
1.3	0.09355	0.09351	0.09248	0.09064	0.08818	0.08528	0.08208	0.07869	0.07521	0.07172
1.4	0.08219	0.08269	0.08231	0.08120	0.07951	0.07738	0.07492	0.07224	0.06942	0.06655
1.5	0.07246	0.07332	0.07342	0.07286	0.07176	0.07024	0.06839	0.06630	0.06404	0.06169
1.6	0.06409	0.06520	0.06563	0.06549	0.06485	0.06381	0.06245	0.06085	0.05906	0.05715
1.7	0.05688	0.05813	0.05881	0.05897	0.05869	0.05803	0.05707	0.05586	0.05447	0.05293
1.8	0.05063	0.05198	0.05282	0.05320	0.05319	0.05283	0.05219	0.05131	0.05024	0.04902
1.9	0.04521	0.04660	0.04754	0.04809	0.04828	0.04816	0.04777	0.04715	0.04635	0.04541
2.0	0.04050	0.04189	0.04290	0.04356	0.04390	0.04396	0.04377	0.04337	0.04279	0.04207

r z	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	0.00000	0.10000	0.13397	0.16667	0.12500	0.10000	0.08333	0.07143	0.06250	0.05556	0.05000
1.0	0.00000	0.14219	0.08895	0.04801	0.02883	0.01901	0.01341	0.00994	0.00766	0.00608	0.00494
2.0	0.00000	0.03870	0.04207	0.03164	0.02235	0.01605	0.01190	0.00910	0.00715	0.00576	0.00472
3.0	0.00000	0.01453	0.02035	0.01923	0.01587	0.01258	0.00994	0.00793	0.00642	0.00528	0.00440
4.0	0.00000	0.00676	0.01077	0.01174	0.01092	0.00947	0.00798	0.00667	0.00559	0.00471	0.00400
5.0	0.00000	0.00364	0.00622	0.00742	0.00752	0.00702	0.00627	0.00549	0.00476	0.00412	0.00358
6.0	0.00000	0.00217	0.00387	0.00489	0.00527	0.00521	0.00488	0.00445	0.00399	0.00355	0.00315
7.0	0.00000	0.00139	0.00255	0.00335	0.00378	0.00390	0.00381	0.00359	0.00332	0.00303	0.00275
8.0	0.00000	0.00094	0.00176	0.00238	0.00277	0.00298	0.00298	0.00290	0.00275	0.00257	0.00238
9.0	0.00000	0.00067	0.00126	0.00174	0.00208	0.00226	0.00236	0.00235	0.00228	0.00218	0.00205
10.0	0.00000	0.00049	0.00093	0.00131	0.00159	0.00178	0.00188	0.00192	0.00190	0.00184	0.00176

TABLE X— $C(1, 1)$

$r \backslash z$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	10.0
0	0.00000	10.05038	5.10310	3.49428	2.72772	2.30940	2.08333	2.00040	2.08333	2.54906	∞
0.1	0.00000	-6.06618	-1.21610	-0.00748	0.48113	0.75503	0.96033	1.16185	1.40764	1.71679	1.60260
0.2	0.00000	-7.93981	-2.51739	-0.80701	-0.04036	0.38493	0.66828	0.89006	1.07718	1.19078	1.09609
0.3	0.00000	-8.48299	-3.14474	-1.32159	-0.43582	0.07315	0.40313	0.63558	0.79718	0.87560	0.84227
0.4	0.00000	-8.69830	-3.45964	-1.63857	-0.71812	-0.17323	0.18046	0.42113	0.58005	0.66384	0.67299
0.5	0.00000	-8.80341	-3.63290	-1.83737	-0.91617	-0.36111	0.00224	0.24881	0.41269	0.50905	0.54712
0.6	0.00000	-8.86222	-3.73668	-1.96686	-1.05586	-0.50226	-0.13686	0.11309	0.28280	0.39074	0.44888
0.7	0.00000	-8.89836	-3.80324	-2.05459	-1.15387	-0.60804	-0.24428	0.00699	0.18127	0.29818	0.37042
0.8	0.00000	-8.92212	-3.84824	-2.11612	-1.22875	-0.68771	-0.32710	-0.07588	0.10144	0.22483	0.30702
0.9	0.00000	-8.93856	-3.87996	-2.16059	-1.28281	-0.74822	-0.39117	-0.14080	0.03833	0.16621	0.25545
1.0	0.00000	-8.95038	-3.90305	-2.19351	-1.32358	-0.79465	-0.44103	-0.19190	-0.01184	0.11909	0.21334
1.1	0.00000	-8.95915	-3.92033	-2.21842	-1.35481	-0.83065	-0.48013	-0.23237	-0.05195	0.08102	0.17883
1.2	0.00000	-8.96583	-3.93354	-2.23760	-1.37908	-0.85888	-0.51105	-0.26464	-0.08421	0.05011	0.15046
1.3	0.00000	-8.97103	-3.94384	-2.25262	-1.39818	-0.88124	-0.53570	-0.29055	-0.11029	0.02489	0.12708
1.4	0.00000	-8.97514	-3.95199	-2.26454	-1.41340	-0.89913	-0.55553	-0.31150	-0.13152	0.00422	0.10775
1.5	0.00000	-8.97845	-3.95855	-2.27412	-1.42566	-0.91359	-0.57161	-0.32857	-0.14890	-0.01281	0.09171
1.6	0.00000	-8.98114	-3.96388	-2.28192	-1.43564	-0.92538	-0.58476	-0.34256	-0.16321	-0.02689	0.07836
1.7	0.00000	-8.98337	-3.96827	-2.28833	-1.44385	-0.93508	-0.59559	-0.35412	-0.17506	-0.03860	0.06721
1.8	0.00000	-8.98523	-3.97193	-2.29366	-1.45066	-0.94313	-0.60458	-0.36373	-0.18493	-0.04838	0.05786
1.9	0.00000	-8.98679	-3.97499	-2.29812	-1.45635	-0.94985	-0.61209	-0.37176	-0.19320	-0.05659	0.05000
2.0	0.00000	-8.98812	-3.97759	-2.30189	-1.46115	-0.95551	-0.61842	-0.37852	-0.20016	-0.06351	0.04336

TABLE X—(Continued)

$r \backslash z$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1	0.75007	0.36602	0.21963	0.15106	0.11353	0.09067	0.07563	0.06514	0.05748	0.05167
0.2	0.79791	0.53158	0.36723	0.27044	0.21092	0.17219	0.14564	0.12661	0.11244	0.10155
0.3	0.71427	0.56297	0.43794	0.34740	0.28382	0.23874	0.20600	0.18157	0.16284	0.14811
0.4	0.62201	0.54146	0.45915	0.38858	0.33241	0.28879	0.25495	0.22843	0.20734	0.19028
0.5	0.53930	0.50281	0.45441	0.40546	0.36142	0.32391	0.29269	0.26686	0.24542	0.22750
0.6	0.46826	0.46073	0.43758	0.40761	0.37645	0.34706	0.32062	0.29740	0.27720	0.25967
0.7	0.40809	0.42048	0.41599	0.40156	0.38224	0.36129	0.34060	0.32112	0.30323	0.28703
0.8	0.35745	0.38398	0.39340	0.39136	0.38226	0.36926	0.35447	0.33922	0.32427	0.31004
0.9	0.31498	0.35180	0.37170	0.37945	0.37891	0.37298	0.36382	0.35288	0.34115	0.32925
1.0	0.27945	0.32387	0.35174	0.36723	0.37375	0.37397	0.36992	0.36312	0.35465	0.34526
1.1	0.24976	0.29987	0.33386	0.35549	0.36781	0.37376	0.37376	0.37079	0.36546	0.35859
1.2	0.22496	0.27939	0.31813	0.34464	0.36171	0.37159	0.37606	0.37655	0.37416	0.36975
1.3	0.20424	0.26197	0.30443	0.33486	0.35583	0.36943	0.37734	0.38092	0.38124	0.37914
1.4	0.18693	0.24721	0.29260	0.32618	0.35037	0.36711	0.37799	0.38429	0.38706	0.38711
1.5	0.17243	0.23471	0.28245	0.31859	0.34543	0.36482	0.37826	0.38696	0.39192	0.39395
1.6	0.16027	0.22414	0.27377	0.31200	0.34105	0.36269	0.37833	0.38913	0.39605	0.39988
1.7	0.15006	0.21520	0.26636	0.30633	0.33723	0.36077	0.37831	0.39096	0.39963	0.40508
1.8	0.14147	0.20764	0.26007	0.30147	0.33394	0.35911	0.37829	0.39255	0.40278	0.40970
1.9	0.13422	0.20124	0.25472	0.29733	0.33113	0.35769	0.37830	0.39399	0.40560	0.41385
2.0	0.12809	0.19582	0.25018	0.29383	0.32875	0.35653	0.37838	0.39532	0.40817	0.41762

$r \backslash z$	0.1	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
0	0.00000	∞	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1.0	0.00000	0.21334	0.34526	0.25790	0.20339	0.16827	0.14370	0.12548	0.11140	0.10019	0.09103
2.0	0.00000	0.04336	0.41762	0.41522	0.36314	0.31417	0.27446	0.24281	0.21734	0.19652	0.17925
3.0	0.00000	0.01246	0.44383	0.50048	0.47321	0.42852	0.38478	0.34637	0.31364	0.28589	0.26227
4.0	0.00000	0.00462	0.45992	0.55018	0.54679	0.51373	0.47340	0.43396	0.39808	0.36630	0.33842
5.0	0.00000	0.00205	0.47058	0.58141	0.59665	0.57625	0.54278	0.50603	0.47020	0.43696	0.40681
6.0	0.00000	0.00104	0.47778	0.60211	0.63131	0.62226	0.59660	0.56444	0.53077	0.49800	0.46723
7.0	0.00000	0.00058	0.48276	0.61638	0.65604	0.65651	0.63836	0.61149	0.58114	0.55014	0.52000
8.0	0.00000	0.00034	0.48630	0.62655	0.67413	0.68238	0.67096	0.64938	0.62285	0.59438	0.56571
9.0	0.00000	0.00022	0.48889	0.63401	0.68766	0.70222	0.69664	0.68001	0.65739	0.63181	0.60513
10.0	0.00000	0.00014	0.49083	0.63963	0.69800	0.71768	0.71706	0.70490	0.68604	0.66346	0.63904