

## ASSURANCE AUTOMOBILES ET REVENUS FINANCIERS\*)

par

JEAN SOUSSELIER,

Paris

La question est controversée de savoir si l'on doit tenir compte du revenu des placements — et éventuellement des bénéfices sur réalisations de valeurs — pour apprécier le résultat technique de la branche Automobiles.

Rappelons qu'en France, réglementairement, dans les états B<sub>3</sub> qui font apparaître le résultat technique de la catégorie, on tient compte des frais généraux, ce qui est normal, mais non des intérêts.

En réalité, il semble bien qu'il soit difficile de faire abstraction d'un élément non négligeable de profits et pertes qui dérive de l'exercice même de l'industrie de l'Assurance, mais la question demeure de savoir dans quelle mesure il faut en tenir compte.

Nous allons montrer que la question est intimement liée à la conception même que l'on se fait du montant des réserves techniques à inscrire au passif du bilan.

### *Equilibre technique d'un exercice de souscription*

On ne peut avoir une idée saine tant des résultats techniques que des revenus de placements que si la comptabilité est établie par exercice de souscription. C'est l'hypothèse que nous retiendrons dans ce qui va suivre <sup>1)</sup>).

Un tel exercice donne lieu à encaissement d'un certain montant de primes, au paiement de commissions et de frais généraux et enfin au paiement de sinistres s'échelonnant dans le temps, au delà de la clôture calendrier de l'exercice.

Pour plus de rigueur même — et l'on peut se référer au mode de raisonnement appliqué en Assurance sur la Vie — il faut considérer

\*) Présenté au Colloque de l'ASTIN 1962 à Juan-les-Pins.

<sup>1)</sup> Nous examinerons in fine dans quelle mesure il faut corriger cette conception en faisant intervenir le jeu des exercices successifs.

séparément les différentes échéances de primes, chacune se comportant comme une sorte d'exercice isolé: ensemble des assurances à échéance du 1er janvier, ensemble des assurances à échéance du 2 janvier, etc. . . jusqu'à celles à échéance du 31 décembre. (Il est indifférent de raisonner sur un ensemble ou „en valeur probable” selon le principe actuariel classique).

Considérons donc une échéance de primes déterminée. L'Assureur encaisse ces primes, paie les commissions et les frais généraux correspondants et dispose ainsi d'une certaine masse de manœuvre (fonds qu'il peut investir).

Les sinistres surviendront en moyenne six mois après l'échéance et seront payés dans des délais variables selon une certaine cadence: un certain nombre dès la première année à partir de la souscription, un autre nombre la seconde année, un troisième la troisième année, etc. . .

Désignons, si l'on veut, par  $s_1, s_2, s_3, s_4 \dots$  etc. . . ces différents montants, la somme  $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots$  étant égale au montant des sinistres  $S$  correspondant aux primes  $P$ . La réserve à constituer est ainsi:  $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots$  et, logiquement pour y faire face, l'Assureur devrait investir la somme  $s_1$  pendant six mois, la somme  $s_2$  pendant 1 an et demi, la somme  $s_3$  pendant 2 ans et demi, . . . la somme  $s_k$  pendant  $(2k - 1)$  demi-années . . . ou, plus exactement, il doit investir les valeurs actuelles de ces sommes soit:

$$s_1^0, s_2^0, s_3^0, s_4^0, \dots$$

qui, capitalisées à un taux d'intérêt  $i$ , reproduiront le montant des sinistres à payer.

On a donc la formule générale pour les sinistres de  $k^{\text{ème}}$  année à partir de l'échéance

$$s_k^0 = s_k (1 + i)^{-\left(\frac{2k-1}{2}\right)}$$

En faisant le même raisonnement pour les différentes échéances de primes et en faisant la sommation, on obtiendrait la réserve totale à constituer et l'on pourrait évaluer l'importance de la capitalisation financière réalisée.

Par capitalisation financière il ne faut pas entendre uniquement les coupons annuels mais aussi la plus-value des titres. Il s'agit en

effet d'investir une certaine somme  $s_k^0$  qui doit produire après  $k$  années la somme  $s_k$ .

On peut investir en obligations venant à cette échéance ou que l'on vendra avec une certaine plus-value — ou moins-value. — On peut investir en actions dont le dividende annuel sera faible mais qui présenteront après  $k$  années un bénéfice en capital important. Tout ceci équivaut actuariellement à une capitalisation à intérêt composé à un certain taux  $i$  résultant de la formule ci-dessus.

Bien que cette théorie soit des plus élémentaires elle peut sembler néanmoins quelque peu révolutionnaire. C'est ce qu'il convient d'examiner maintenant.

#### *Réserve de risques en cours et réserve de sinistres*

On remarquera que cette théorie fait bon marché de la distinction classique entre la réserve pour risques en cours et la réserve pour sinistres restant à payer. C'est qu'en effet, conformément aux principes actuariels, on admet, par hypothèse, que les primes nettes de charges contrebalancent exactement le montant des sinistres — compte tenu de la capitalisation de l'argent — et, dans une telle conception, il n'y a plus que des réserves d'un caractère mathématique.

On peut encore dire, si l'on veut, que la réserve pour risques en cours n'est que la mise en réserve d'une fraction des primes nettes de charges destinée à faire face à des sinistres non encore survenus, mais en puissance, ce qui est mathématiquement équivalent.

Trois conceptions sont en effet possibles au sujet de la réserve pour risques en cours:

1<sup>o</sup>) — Formule prospective: la somme à mettre en réserve est celle qui permet de faire face (toujours compte tenu de la capitalisation) à des débours futurs. C'est la conception la plus saine et classique; elle correspond à la notion de bilan de liquidation.

2<sup>o</sup>) — Formule rétrospective: on met en réserve ce qu'on a pu économiser, conception qui peut paraître absurde mais qui est rigoureusement équivalente à la première si le tarif est bien établi et si, par conséquent, les sinistres correspondent aux primes nettes de charges.

3<sup>o</sup>) — Equipartition: on met en réserve la fraction de prime excédant la date du 31 décembre, calculée prorata temporis, con-

ception dans laquelle on ne prend pas crédit au titre de l'exercice de la fraction de prime qui n'y est pas afférente. Ceci suppose que le risque se répartit uniformément dans le temps et reste de même valeur pour l'exercice en cours et pour le suivant. Méthode strictement équivalente aux deux précédentes dans la mesure où le tarif est correct mais on voit immédiatement que si le tarif est insuffisant par exemple, cette méthode „de fraction de prime non acquise” revient à faire supporter à l'exercice suivant une partie de la perte qui devrait être assumée par l'exercice responsable des souscriptions.

En matière de réserve de sinistres, la seule conception qu'il paraît légitime de retenir est la conception prospective: il convient de mettre en réserve la valeur des sinistres qui seront à payer ou plus exactement, pour tenir compte de la capitalisation de l'argent, leur valeur actuelle.

La difficulté est évidemment qu'on ne connaît pas le montant auquel seront effectivement réglés les sinistres. Trois facteurs interviennent en effet:

#### *Premier Facteur*

L'estimation d'un sinistre est chose malaisée. Elle ne peut d'ailleurs être strictement faite au départ si l'on ne connaît pas le montant de la responsabilité, le taux de consolidation des blessures, etc. . .

Nous n'insistons pas sur ce point qui est cependant capital car il sort de l'objet de notre étude et nous admettons que par une intuition remarquable des choses ou par des méthodes statistiques, mathématiques ou actuarielles, les Services des sinistres ont été à même de déterminer exactement le montant des sinistres à payer ou, tout au moins, que les erreurs commises par excès compensent exactement les erreurs commises par défaut.

Il s'agit là, bien entendu, d'une vue idéale mais il est tout-à-fait nécessaire de la retenir car sinon on introduit un facteur d'erreur qui fausse et l'appréciation du résultat technique et l'effet des intérêts. Si, en effet, on constitue des réserves majorées, devant dégager un boni, il n'est pas légitime de calculer les intérêts sur la totalité des sommes ainsi mises en réserve car on capitalise de cette façon des fonds qui ne dépendent pas de la technique de la branche.

Il s'agit, en fait, de réserves libres appartenant en propre à la Société. Inversement, si on constitue des réserves insuffisantes, non seulement on verra apparaître des malis qui devront être prélevés sur les ressources propres de la Compagnie, mais encore on se prive d'une série de revenus financiers qui auraient dû être affectés à l'équilibre de la branche.

#### *Deuxième Facteur*

Il ne suffit pas, d'ailleurs, d'avoir une correcte estimation du montant des règlements, il faut, pour apprécier le jeu des intérêts, connaître exactement la cadence de règlements future. En effet, la notion de valeur actuelle est étroitement dépendante de cette cadence de règlements.

Mais il y a une circonstance aggravante: le montant auquel le sinistre sera réglé dépend lui-même de l'époque à laquelle le paiement intervient. En effet, bien que l'usage n'en soit pas fréquent, un tribunal peut décider de majorer l'indemnité des intérêts courus depuis le jour de survenance du sinistre ou encore il peut tenir compte, dans la fixation de cette indemnité, du montant des intérêts courus.

Il est clair que, dans un tel cas, la capitalisation des réserves de sinistres à un taux au moins égal aux intérêts imposés par le jugement est une nécessité proprement technique.

Si, pour rendre ce sinistre comparable aux autres on exclut de son montant la fraction représentant les intérêts, la somme à mettre en réserve initialement n'est plus la valeur actuelle au sens actuariel du mot, c'est-à-dire l'escompte, mais la valeur pleine qui, capitalisée, reproduira le montant effectif du règlement.

#### *Troisième Facteur*

Mais le facteur le plus grave, et chacun le sait, est que la cadence de règlements influe directement sur le montant des sinistres, et ceci pour deux raisons:

a) Les sinistres qui sont réglés après de longs délais ou une laborieuse procédure peuvent se révéler beaucoup plus onéreux que ceux réglés dans un court délai, à la suite de transactions par exemple. Ceci constitue d'ailleurs un élément moral pouvant inciter les Sociétés à faire face rapidement à leurs obligations.

b) Il y a, d'autre part, le phénomène quasi-général du renchérissement du coût des sinistres au cours du temps, dû à la dépréciation monétaire, à l'augmentation du prix des choses et à l'appréciation de plus en plus large de la réparation des dommages de responsabilité (voir à ce sujet les courbes établies par Monsieur Pierre François au Colloque de Nice en 1960 montrant la croissance du coût moyen des sinistres matériels et corporels ainsi que du point d'invalidité. La croissance des sinistres matériels suit grossièrement les prix de gros mais celle des sinistres corporels est plus rapide que la croissance des salaires) <sup>1)</sup>.

Est-il alors normal de faire intervenir ce facteur de renchérissement dans l'évaluation des réserves de sinistres? Nous faisons abstraction de la difficulté de détermination pratique de ce coût futur, qui exigerait une vue prophétique de l'avenir. Supposons qu'on puisse conjecturer l'évolution future des coûts moyens et connaître simultanément les cadences de règlements: serait-il normal de se baser sur ce coût? Nous avons tendance à répondre non car il s'agit d'un élément extérieur au tarif, assimilable à d'autres facteurs qui peuvent vicier la vie d'une entreprise, comme la dépréciation de certains biens d'actif, la confiscation de certains avoirs, des mesures législatives imprévues, etc. . .

Cependant, comme il faut bien que l'Assureur puisse faire face à ces paiements futurs majorés, il faut que soit obtenue une surcapitalisation des montants mis en réserve initialement. On peut établir une sorte de théorème:

Si  $s_k$  est le montant du sinistre dans la  $k^{\text{ème}}$  année correctement estimé selon les normes de l'année initiale,  $s_k^0$  sa valeur actuelle calculée ci-dessus ( $s_k^0$  capitalisé au taux  $i$  donnant  $s_k$ ), pour obtenir  $s'_k$ , montant du sinistre  $s_k$  compte tenu du renchérissement du coût des sinistres, il faut capitaliser au taux  $i'$  au lieu de  $i$  tel que:

$$s_k^0 (1 + i')^{\frac{2k-1}{2}} = s'_k$$

La surcapitalisation  $i' - i$  doit donc être au moins égale au coeffi-

<sup>1)</sup> Nous négligeons la vieille querelle faite aux Magistrats de retenir la date de règlement et non la date de survenance des sinistres pour la fixation des indemnités, parce que le reproche est partiellement faux — le calcul des rentes est basé normalement sur le salaire des victimes au jour de l'accident, et nettement injuste — le versement fait aux tiers lésés doit s'inspirer de la valeur de la monnaie au jour où il est effectué.

cient de renchérissement. Par exemple, si le coefficient d'accroissement annuel du coût des sinistres est de 5 %, cela exige de capitaliser à 5 % de plus que le taux  $i$ . Si le taux effectif de placement ne dépasse pas 5 %, ceci signifie donc que tout l'intérêt financier sert à faire face à l'accroissement futur des coûts. En rigueur, il faudrait avoir recours à des placements indexés évoluant selon l'exacte revalorisation des sinistres. De toute façon, l'Assureur ne dispose plus d'aucun revenu financier pour l'équilibre technique de son tarif.

### *Limite de 65 %*

On ne peut évidemment parler de revenus financiers que dans la mesure où on est capable de représenter par des éléments d'actif, productifs de revenus financiers, les réserves de sinistres. En d'autres termes, on ne peut prendre en considération que les intérêts qui dérivent des fonds rendus disponibles par le jeu de l'assurance, c'est-à-dire les primes nettes des charges. Disons schématiquement : Primes 100, charges 35; cette limite est donc de 65 %.

Si donc, au départ, les sinistres excèdent la limite de 65 %, la représentation des réserves ne peut intervenir qu'en faisant appel à d'autres ressources de la Compagnie et l'on ne peut prendre en considération les revenus qui en dérivent.

Par contre, si les réserves n'atteignent pas cette limite de 65 %, la Compagnie est à même de capitaliser des fonds pour un montant supérieur à celui des réserves techniques strictement nécessaire et en retirer des revenus financiers supplémentaires.

Mais il ne paraît pas normal non plus de tenir compte de ce supplément puisqu'aussi bien la Compagnie aurait pu distribuer ce montant ou l'affecter à d'autres usages.

On aboutit donc au schéma suivant :

1<sup>o</sup>) —  $S_0 < 65 \%$ , c'est-à-dire les sinistres en valeur actuelle sont inférieurs à la limite de 65 %. Dans ce cas, il suffit de capitaliser le montant  $S_0$  qui produira le montant effectif des sinistres  $S_i$  et pour obtenir le montant réel  $S'_i$  compte tenu du renchérissement, il faudra ou obtenir un surintérêt ou capitaliser une somme supérieure à  $S_0$ : appelons-la  $S'_0$ .

2<sup>o</sup>) —  $S_0 \geq 65 \%$ , c'est-à-dire les sinistres en valeur actuelle dépassent la limite de 65 %. Il n'est possible de capitaliser que la

somme de 65 qui ne parviendra à constituer qu'une fraction des sinistres  $S_i$  et, a fortiori, une fraction des sinistres  $S'_i$  compte tenu du renchérissement.

On peut dire qu'on est à la fois en perte technique et en perte financière.

#### *Exemple schématique*

Donnons un exemple schématique chiffré. Supposons un montant de sinistres de 62, chiffre initial, devant se régler finalement à 68, chiffre final, sans, dans cette majoration, faire la distinction entre ce qui provient du jeu des intérêts ou du jeu des autres facteurs de renchérissement; on a les deux présentations possibles:

##### *1ère présentation*

Compte technique  $62 + 35$

Bénéfice technique 3

Revenu sur 62 et  $3 = 9$

(en admettant qu'on capitalise aussi le bénéfice de 3, ce qui n'est pas normal comme il a été dit)

Cette somme d'intérêts de 9 servira, à concurrence de 6, à compenser l'insuffisance future des réserves. Il restera un bénéfice propre d'intérêt de 3.

Le bénéfice total est ainsi de 6 dont:

Bénéfice technique 3

Bénéfice financier 3

##### *2ème présentation*

On inscrit les réserves pour leur valeur finale 68. On a donc:

Compte technique  $68 + 35$

Perte technique 3

Revenu financier sur 65 = 9

Le bénéfice total est 6 comme ci-dessus, mais se décomposant cette fois en

Perte technique 3

Bénéfice financier 9

#### *Deux remarques*

##### *I — Réassurance*

On ne peut dégager les véritables résultats techniques si l'on

n'élimine pas l'incidence de gros sinistres éventuels, c'est-à-dire si l'on ne tient pas compte d'une réassurance en excédent de sinistres. Dans cette conception — qui suppose d'ailleurs que le réassureur fait son affaire de la constitution des réserves de sinistres à sa charge — l'assureur direct ne décompte les sinistres que pour la portion n'excédant pas la limite de l'excès.

La prime versée au réassureur constitue une charge de l'exercice qui doit être assimilée à un sinistre: on substitue en effet à des paiements aléatoires variables une contribution constante.

## II — *Jeu des exercices successifs*

Même en éliminant l'élément perturbateur des sinistres importants, les résultats seront nécessairement fluctuants d'un exercice à l'autre. Il n'est donc pas normal de traiter chaque exercice comme une entité séparée. Une certaine compensation doit intervenir. De la même manière une perfection dans l'estimation des réserves étant impossible, il est normal que des bonis dégagés sur les réserves de certains exercices compensent les insuffisances de réserves se révélant d'autre part.

La théorie unitaire développée précédemment doit donc être corrigée d'une manière adéquate. Cependant, on ne peut faire jouer la compensation entre exercices que pour équilibrer des fluctuations d'ordre accidentel et non pour corriger une tendance nettement défavorable. Ce serait masquer une perte technique réelle, c'est-à-dire une insuffisance de tarification, par le jeu fictif de bonis de liquidation antérieurs ou de bénéfices de réalisations de valeurs.

Cependant, dans la réalité, un Assureur ne peut faire la scission effective de ses investissements en la multiplicité des exercices et des années de règlements. Il est exclu, comme le voudrait la théorie, que l'Assureur réalise une partie de son actif pour faire face à des paiements actuels de sinistres et investisse dans le même temps des fonds pour faire face aux sinistres à payer dans l'avenir.

### *Conclusion*

On peut s'étonner qu'à la question simple posée de savoir si et dans quelle mesure on devrait tenir compte des bénéfices financiers, nous opposions une réponse complexe.

On peut également nous reprocher de procéder à des développe-

ments purement théoriques et de faire bon marché des contingences comptables, fiscales et réglementaires.

Nous sommes conscients de ces défauts. Mais nous estimons pourtant qu'une idée claire de la relation qui existe entre le résultat technique et le revenu des placements ne peut dériver que de la notion classique de valeur actuelle, ce qui signifie qu'on applique à l'estimation des sinistres un escompte financier. Le revenu des valeurs devient ainsi partie intégrante des composants techniques, comme cela a lieu dans l'Assurance sur la Vie. Ce n'est que si les intérêts excèdent l'intérêt du tarif qu'on peut parler de bénéfice financier.

Cependant, pour sacrifier aux usages et pour garder une marge de sécurité fiscalement déductible, on peut admettre d'inscrire les sinistres pour leur valeur vraie de liquidation prévisible. On introduit ainsi une charge occulte dans le compte technique; en contrepartie, le revenu financier peut être pris entièrement en bénéfice.

Mais il est tout-à-fait abusif de majorer les réserves au point d'afficher une perte technique en se vantant par ailleurs d'un important „bénéfice” financier.

Dans le cas, enfin, où l'élévation future du coût du règlement des sinistres devrait absorber tous revenus et plus-values des placements, on ne saurait retenir aucun profit financier pour l'équilibre technique de l'opération d'assurance.

Avril 1962

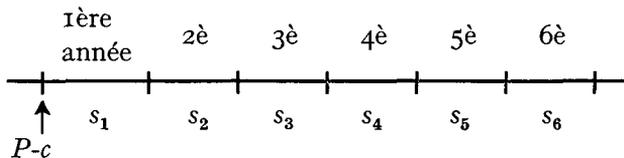
### *Annexe*

#### CADENCE DE REGLEMENTS DES SINISTRES AUTOMOBILES ET INTERETS FINANCIERS

En se plaçant à la date de souscription d'un contrat, l'Assureur direct perçoit la prime nette de charge ( $P - c$ ) et débourse la valeur actuelle des sinistres y afférents, payés à raison de  $s_1$  la 1<sup>ère</sup> année. . .  $s_k$  la  $k^{\text{ème}}$  année.

L'équilibre du tarif exige que — capitalisation supposée au taux  $i$  et sinistres supposés en milieu d'année —

$$(I) \quad (P - c) = s_1 (I + i)^{-\frac{1}{2}} + s_2 (I + i)^{-\frac{3}{2}} + s_3 (I + i)^{-\frac{5}{2}} + \\ + \dots + s_k (I + i)^{-\frac{2k-1}{2}} + \dots$$



En posant (2)  $S_0 = s_1^0 + s_2^0 + \dots + s_k^0 \dots$  la valeur actuelle des sinistres, le montant réel des sinistres payés est la capitalisation de cette valeur actuelle au taux  $i$ :

$$(3) \quad s_1 + s_2 + \dots + s_k \dots = s_1^0 (1 + i)^{\frac{1}{2}} + s_2^0 (1 + i)^{\frac{3}{2}} + \dots + s_k^0 (1 + i)^{\frac{2k-1}{2}} + \dots$$

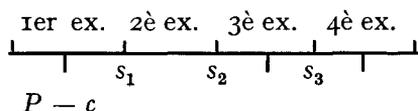
La différence  $\Sigma s_i - \Sigma s_i^0$  représente le total des intérêts recueillis.

En négligeant les termes de puissance 2 ou supérieurs dans les développements, ce qui revient à capitaliser à intérêts simples seulement, on a:

$$(4) \quad \text{total des intérêts} = i \left( \frac{1}{2} s_1^0 + \frac{3}{2} s_2^0 + \dots + \frac{2k-1}{2} s_k^0 + \dots \right)$$

Comme, d'autre part, dans l'hypothèse du tarif équilibré: (2bis)  $P - c = s_1^0 + s_2^0 + \dots + s_k^0 + \dots$ , on arrive à la conclusion suivante: si la cadence de règlement est invariable, c'est-à-dire si chaque terme  $s_k^0$  est proportionnel à  $P - c$  — ou encore si, en posant  $P = 100$ ,  $c = \text{constant} = 35$  par exemple, les  $s_k^0$  sont des nombres fixes — le montant des intérêts est lui-même invariable et dépend de la seule cadence de règlement: plus cette cadence est lente plus les intérêts sont élevés puisque les derniers termes subissent un facteur de multiplication plus élevé.

Il convient maintenant de faire la sommation pour les différentes échéances de primes.



Une simplification *approximative* consiste à supposer les primes à échéance en milieu d'année.

Le montant total d'intérêts a la même expression mais il faut bien comprendre que les intérêts sont encaissés au cours d'exercices successifs d'une manière dégressive.

Essayons de raisonner en fonction des réserves de sinistres en suspens (en s'en tenant aux intérêts simples)

Ces réserves sont les suivantes *en admettant une répartition régulière dans l'année du paiement des sinistres*:

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & \text{fin 1er exercice } \frac{s_1}{2} + s_2 + s_3 + s_4 + \dots \\
 & \text{2è exercice } \quad \quad \frac{s_2}{2} + s_3 + s_4 + \dots \\
 & \text{3è exercice } \quad \quad \quad \frac{s_3}{2} + s_4 + \dots
 \end{aligned}$$

.....

dont le cumul est:

$$(6) \quad \frac{s_1}{2} + \frac{3}{2} s_2 + \frac{5}{2} s_3 + \dots$$

qui, multiplié par  $i$ , donne le total des intérêts perçus. Cette formule serait identique à la formule (4) si on substituait les  $s_i^0$  aux  $s_i$ . En effet, en basant les réserves sur les montants de sinistres bruts, on capitalise des sommes trop élevées: il faut mettre en réserve les valeurs actuelles.

*Cadences comptables*

Les  $s_i$  représentent les cadences *réelles* de règlement des sinistres. Ce ne sont pas les cadences *comptables* c'est-à-dire le pourcentage de sinistres effectivement payés pendant le 1er exercice, le 2ème exercice, le 3ème exercice, etc. Seules ces cadences comptables sont directement observables. Désignons-les par  $t_i$ .

On a:

$$\begin{aligned}
 (7) \quad & t_1 = \frac{s_1}{2} \\
 & t_2 = \frac{s_1 + s_2}{2} \\
 & \vdots \\
 & t_i = \frac{s_{i-1} + s_i}{2} \\
 & \vdots \\
 & t_{n+1} = \frac{s_n}{2}
 \end{aligned}$$

Connaissant les cadences comptables  $t_i$ , on obtient les cadences réelles  $s_i$  par les formules:

$$(8) \quad \begin{aligned} s_1 &= 2 t_1 \\ s_2 &= 2 t_2 - s_1 \\ &\vdots \\ s_i &= 2 t_i - s_{(i-1)} \\ &\vdots \end{aligned}$$

*Exemples théoriques:*

On suppose la cadence (réelle) de règlement suivante:

1ère année: 50 %							
2ème année: 25 %							
3ème année: 15 %	50	25	15	5	5		
4ème année: 5 %	25	37	20	10	5	3	
5ème année: 5 %	75	38	18	8	3	3	
Total: 100 %							

La cadence «comptable» est ainsi:

1er exercice: 25
2è exercice: 37
3è exercice: 20
4è exercice: 10
5è exercice: 5
6è exercice: 3
Total: 100

Les réserves pour sinistres à payer successives sont:

$$75 - 38 - 18 - 8 - 3$$

Soit un total de 142 % ou (sur la base maximum de 65 % des primes) 92, 30 % des primes.

En ajoutant à ce montant la réserve de risques en cours 36 % on a un total de **128 %** ce qui, à 5 %, représente un revenu d'intérêt de **6,40 %**.

Si l'on suppose l'échelonnement très lent:

$$30 - 30 - 15 - 10 - 5 - 5 - 5$$

on obtient la cadence comptable, sur 8 exercices:

$$15 - 30 - 22 - 13 - 7 - 5 - 5 - 3$$

ce qui conduit à un cumul de suspens de 217 % ou 141 % des primes, soit avec les réserves de risques en cours 36 %, 177 % de réserves techniques, soit, à 5 %, un intérêt total de 8.8 %.

#### *Cadences comptables observées*

Les cadences observées sont en réalité très variables selon les Compagnies et selon les années.

Voici quelques exemples :

- I — Ensemble de Compagnies Françaises 1953  
— 23 — 25 — 18 — 12 — 8 — 14 (pour 6<sup>e</sup> exercice et suivants)
- II — 1 Compagnie Française 1953  
12 — 30 — 34 — 12 — 4 — 8 (6<sup>e</sup> exercice et suivants)
- III — 1 Compagnie Française 1954  
15 — 21 — 22 — 20 — 9 — 13 (6<sup>e</sup> exercice et suivants)
- IV — 1 Compagnie Italienne, moyenne 1956-1960  
54 — 29 — 9 — 4 — 3 — 1

Si, à partir de ces taux, on cherche à remonter aux cadences réelles selon la formule (8), on arrive à des anomalies :

Par exemple pour (I) :

$$\begin{array}{r} t : 23 \quad 25 \quad 18 \quad 12 \quad 8 \quad 14 \\ s : 46 \quad 4 \quad 32 \quad -8 \quad 14 \quad 12 \end{array}$$

avec un taux négatif en 4<sup>e</sup>me année!

De même pour (IV), la cadence de 1<sup>ère</sup> année serait  $54 \times 2 = 108$  %!

Il faut sans doute en conclure que l'hypothèse de paiement régulièrement échelonné des sinistres en cours d'année n'est pas vérifiée dans la pratique.

#### *Régime des intérêts réels*

Les formules précédentes permettaient d'obtenir le total des intérêts à recevoir au titre d'un exercice de souscription mais ne donnaient pas la répartition effective de la perception de ces intérêts. Pour cela il faut considérer le cumul des exercices successifs.

On a le schéma suivant, en désignant par  $t_{ij}$  le montant des

sinistres de l'exercice de souscription  $i$  payés dans la  $j^{\text{ème}}$  année, c'est-à-dire dans l'exercice comptable  $(i + j - 1)$ :

exercices:

1	2	3	4	5	6	7	8
$t_{11}$	$t_{12}$	$t_{13}$	$t_{14}$	$t_{15}$	$t_{16}$		
	$t_{21}$	$t_{22}$	$t_{23}$	$t_{24}$	$t_{25}$	$t_{26}$	
		$t_{31}$	$t_{32}$	$t_{33}$	$t_{34}$	$t_{35}$	$t_{36}$
			$t_{41}$	$t_{42}$	$t_{43}$	$t_{44}$	$t_{45}$
				$t_{51}$	$t_{52}$	$t_{53}$	$t_{54}$
					$t_{61}$	$t_{62}$	$t_{63}$
						$t_{71}$	$t_{72}$
							$t_{81}$

Si l'on suppose que les  $t_{ij}$  sont indépendants de  $i$

$$t_{ij} = t_j$$

ce qui implique non seulement la permanence des cadences de règlement pour tous les exercices mais aussi l'égalité des encaissements — plus rigoureusement du montant des sinistres — on voit qu'en régime plein, on obtient un montant constant de sinistres payés égal à la somme:

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6$$

Pour faire face à ce montant constant de sinistres, l'Assureur dispose de la prime nette de charges  $(P - c)$  qui lui est précisément égale puisque dans les hypothèses retenues.

$$\Sigma s_i = \Sigma t_i.$$

Quant à la réserve pour sinistres à payer, elle est égale à — par sommation du tableau encadré sur la figure:

$$(9) \quad 5 t_6 + 4 t_5 + 3 t_4 + \dots + t_2$$

ce qui, d'après la formule (7), conduit à:

$$(9 \text{ bis}) \quad 5 \frac{s_5}{2} + 4 \frac{s_5 + s_4}{2} + 3 \frac{s_4 + s_3}{2} + \dots + \frac{s_2 + s_1}{2}$$

ou: 
$$\frac{s_1}{2} + 3 \frac{s_2}{2} + 5 \frac{s_3}{2} + \dots + 9 \frac{s_5}{2}$$

On retrouve la formule (6).

Par conséquent, les intérêts perçus au cours d'un exercice comptable sont égaux au total des intérêts à percevoir au titre d'un exercice de souscription.

Mais on voit quelles hypothèses restrictives il y a lieu de faire pour qu'il en soit ainsi.

Si on ajoute que dans notre théorie, il ne faut pas faire intervenir les seuls intérêts annuels (coupons ou dividendes) mais aussi les profits sur remboursements ou ventes, on voit qu'on ne saurait parler des revenus financiers par la seule considération des recettes enregistrées au cours d'un exercice comptable mais qu'on doit suivre le développement des investissements afférents à un exercice de souscription.

Ceci s'apparente au jugement des taux de sinistres sous forme de taux développés par exercice et non du seul taux de l'année.